

Nieliniowa analiza numeryczna stalowych belek pełnościennych stężonych przeciwskrętnie blachą trapezową

Nonlinear numerical analysis of the steel beams restrained from torsional deformations by trapezoidal sheeting

Katarzyna Rzeszut¹, Kinga Chwiałkowska

¹*Zakład konstrukcji metalowych, betonowych i drewnianych, Instytut Konstrukcji Budowlanych,
Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Poznańska
ul. Piotrowo 5, 60-965 Poznań, e-mail: katarzyna.rzeszut@put.poznan.pl*

Streszczenie

Celem niniejszej pracy jest analiza współpracy belek stalowych wykonanych z przekrojów walcowanych na gorąco oraz blachownic spawanych z poszyciem z blachy trapezowej. Szczególną uwagę zwrócono na problem usztywnienia bocznego i przeciwskrętnego. W celu określenia stopnia usztywnienia bocznego belek opracowano odpowiednie arkusze kalkulacyjne uwzględniające zalecenia zawarte w [7]. Natomiast, do określania sztywności obrotowej stworzono zaawansowany model numeryczny nieliniowej analizy MES odzwierciedlający warunki eksperymentu laboratoryjnego opisanego w [8]. Przeprowadzone analizy objęły szeroki zakres stalowych belek walcowanych na gorąco, blachownic spawanych oraz blach trapezowych. Uzyskane wyniki mogą odgrywać rolę przykładów referencyjnych, tak zwanych „benchmarks”, pozwalających na stwierdzenie, czy dany element jest stężony przeciwskrętnie.

Abstract

The aim of the study is to analyse the cooperation between the steel beams made of hot-rolled or welded plate girders and cladding made of trapezoidal sheet. Particular attention is paid to the problem of lateral and torsional restraining. In order to determine the degree of lateral restraining the appropriate spreadsheets based on [7] were developed. On the other hand, to determine the rotational stiffness an advanced nonlinear FEM model which reflects the conditions of a laboratory experiment described in [8] was developed. The analyses cover a wide range of steel beams, hot rolled welded plate girders and trapezoidal sheets. Obtained results can play role of reference examples, so called benchmarks, allowing for making the decision whether the item can be considered as protected against lateral-torsional buckling.

Słowa kluczowe: konstrukcje stalowe, sztywność obrotowa, MES, stężenie boczne i przeciwskrętne, blacha trapezowa
Keywords: steel structure, rotational stiffness, FEM, continuous torsional restraint, trapezoidal sheeting

1. Wstęp

Uwzględnienie w praktyce inżynierskiej współpracy pomiędzy elementami konstrukcyjnymi i poszyciem dachowym zapewnia wiele korzyści. Między innymi lekkość i obniżenie kosztów transportu i montażu konstrukcji stalowej [1]. Zjawisko bocznego i przeciwskrętnego usztywnienia prętów cienkościennych jest stosunkowo dobrze rozpoznane i szeroko omawiane w literaturze. Model wyboczenia skrętnego częściowo stężonych bocznie belek został opracowany przez Li LY w [5]. Opisał on numeryczną procedurę obliczeniową pozwalającą na określenia obciążenia krytycznego. Zaawansowane badania dotyczące zależności pomiędzy stopniem częściowego stężenia a zachowaniem statecznościowym elementów formowanych na zimno prowadził Gosowski [4]. Wpływ ograniczeń bocznych na nośność na zginanie płatwi badał Lucas w [6], a następnie Vraný [9]. Wykazali oni, że zachowanie płatwi częściowo stężonej różni się w zależności od tego czy rozpatrujemy rozciąganie czy ściskanie. Zjawisko to znalazło swoje odzwierciedlenie w normach poprzez podanie odrębnych procedur dla obciążeń grawitacyjnych i unoszących [1]. W przypadku prętów pełnościennych pewne wytyczne dotyczące stężeń bocznych i przeciwskrętnych można znaleźć w załączniku BB2 [7]. Jednakże określenie stopnia współpracy konstrukcji pełnościennej i obudowy jest trudne i wciąż brakuje odpowiednich wytycznych dotyczących opisu zachowania współpracujących elementów. W niniejszej pracy podjęto próbę

1. Introduction

The cooperation between structural elements and sheeting provides several benefits in civil engineering practice such as lightness and significant reduction of costs thanks to lower price of transport and erection [1]. The phenomena of thin-walled, cold-formed steel sections laterally restrained by sheeting is widely discussed in literature. The model of lateral-torsional buckling of partially restrained beams was developed by Li L.Y. in [5]. He described the numerical computational procedure to obtain the critical buckling load. Advanced numerical study of the dependency between partial restraints and buckling behavior of cold-formed elements was carried out by Gosowski [4]. The influence of lateral restraints on the bending behavior of the purlin was discussed by Lucas in [6] and Vraný in [9] too. They found out that the behavior of purlins is different when the restraints are imposed at tension or compression flanges. In design codes, this effect is reflected by recommending different procedures for sections subjected to gravity and uplift load [1]. In the case of hot rolled or welded plate girders, some guidelines for the continuous lateral or torsional restraints can be found in Annex BB2 [7]. However, determining the degree of cooperation between the bearing elements and sheeting is difficult and there is still lack of clear and simple rules how to describe the behavior of cooperating components. In the present paper the attempts to determine the effectiveness of the lateral and torsional restraints for selected configurations of beams and trapezoidal sheets based on advanced numerical analysis of

określenia efektywności usztywnienia bocznego i przeciwskrętnego dla wybranych konfiguracji pełnościennych belek stalowych i blach trapezowych na podstawie analiz numerycznych zaawansowanych modeli konstrukcyjnych.

2. Założenia obliczeniowe

Zgodnie z załącznikiem BB2 [7] pełnościenna belka stalowa współpracująca z poszyciem może być uznana za stężoną jeśli sztywność obrotowa $C_{\theta,k}$ oraz sztywność postaciowa na ścianie S spełnią odpowiednie warunki. W przypadku stężenia bocznego belkę połączoną z blachą trapezową można uważać za stężoną w płaszczyźnie połączeń jeśli spełniony jest następujący warunek:

$$S_{min}=(EI_w \pi^2/L^2 + GI_t + EI_z \pi^2/L^2 0,25h^2)70/h^2 \tag{1a}$$

$$S=1000\sqrt{(t^3) (50+10\sqrt[3]{(b_{roof}))s/h_w}} \tag{1b}$$

gdzie: S -sztywność postaciowa na jednostkę długości belki poszycia w postaci blachy połączonej z blachą w każdej fałdzie, I_w -wycinkowy moment bezwładności przy skręcaniu skrępowanym, I_t -moment bezwładności przy skręcaniu swobodnym, I_z -moment bezwładności przekroju względem słabszej osi, L -długość belki h -wysokość belki, t -obliczeniowa grubość poszycia [mm], b_{roof} - szerokość dachu [mm], s -rozstaw płatwi [mm], h_w -wysokość profilu poszycia [mm].

W przypadku stężenia przeciwskrętnego wymagane jest spełnienie następującego warunku:

$$C_{\theta,k}>(M_{pl,k}^2/EI_z)K_{\theta} K_v \tag{2}$$

gdzie: $M_{pl,k}$ - wartość charakterystyczna nośności plastycznej przekroju belki przy zginaniu, K_v - współczynnik uwzględniający rodzaj analizy (0,35-analiza sprężysta, 1,0-analiza plastyczna), K_{θ} -współczynnik uwzględniający rozkład momentów i warunki zamocowania. Natomiast, $C_{\theta,k}$ – sztywność obrotowa na jednostkę długości belki związana z poszyciem i połączeniami może być obliczona z następującej zależności:

$$1/C_{\theta,k}=1/C_{\theta R,k} +1/C_{\theta C,k} +1/C_{\theta D,k} \tag{3}$$

gdzie: $C_{\theta R,k}$ -sztywność obrotowa na jednostkę długości belki związana z poszyciem i połączeniami, $C_{\theta C,k}$ -sztywność obrotowa na jednostkę długości belki związana z połączeniami poszycia z belką, $C_{\theta D,k}$ -wyprowadzona analitycznie sztywność obrotowa na jednostkę długości belki związana z odkształceniami dystorsyjnymi przekroju belki. Gdy pas ściskany jest stężony lub gdy odkształcenia dystorsyjne są pomijalne (np. kształtowniki walcowane na gorąco) to można przyjmować $C_{\theta D,k}=\infty$.

3. Przykłady obliczeniowe

3.1. Sztywność na ścinanie

W pracy stworzono algorytm w programie Excel, który pozwala na określenie skuteczności stężenia bocznego dla kształtowników walcowanych oraz bisymetrycznych kształtowników spawanych. Dane otrzymane na podstawie tego algorytmu dla kształtowników walcowanych zostały stabilaryzowane i obejmują: belki: IPE (80mm-600mm), IPN (80mm-600mm), HEA(100mm-1000mm), HEB(100mm-1000mm), HEAA(100mm-1000mm); blachy: RUUKKI (T55, T85, T130, T153), Blachy Pruszyński (T6, T8, T16, T18, T20, 35, T40, T45, T50, T55, T60, T92, T135, T150, T160), Balx (TR50, TR55, TR60, TR85, TR93, TR135, TR153, TR160), w grubościach dostępnych w katalogach producenckich; rozstawy

structural models.

2. Computational assumption

According to BB2 [7] the bearing steel elements can be regarded as laterally or torsionally restrained by the sheeting if rotational stiffness $C_{\theta,k}$ and the shear stiffness of the roof’s diaphragm S meet the appropriate conditions. In case of the beam laterally restrained by trapezoidal sheeting the following conditions should be satisfied:

where: S -the shear stiffness per unit of beam length provided by the sheeting to the beam regarding its deformation in the plane of the sheeting to be connected to the beam at the bottom at each rib, I_w -the warping constant, I_t -the torsion constant, I_z -the second moment of area of the cross section about the minor axis of the cross section, L -the beam length, h is the depth of the beam, t -cladding wall thickness [mm], b_{roof} -roof width [mm], s -purlins spacing [mm], h_w -height sheathing profile [mm].

In case of the beam torsionally restrained by trapezoidal sheeting the following formula should be meet:

where: $M_{pl,k}$ - characteristic value of plastic moment of the beam, K_v - factor depending of type of analysis (0,35-elastic, 1,0-plastic), K_{θ} -factor for considering the moment distribution and type of restraint. Whereas, $C_{\theta,k}$ - rotational stiffness per unit of beam length provided to the beam by stabilizing continuum can be calculated according following formula:

where: $C_{\theta R,k}$ -rotational stiffness provided by the stabilizing continuum to the beam assuming a stiff connection to the member, $C_{\theta C,k}$ -rotational stiffness of the connection between the beam and the stabilizing continuum, $C_{\theta D,k}$ -rotational stiffness deduced from an analysis of the torsional deformations of the beam cross section. When a flange in compression is restrained or distortional deformations of the cross section may be neglected (e.g. for rolled profiles) then can be taken $C_{\theta D,k}=\infty$.

3. Numerical examples

3.1. Shear stiffness

In this paper an algorithm created in Excel that allows to determine the effectiveness of lateral and torsional restraining of hot-rolled and welded I cross-sections was developed. The data obtained on the basis of this algorithm were collected in the table and cover the following elements; beams: IPE (80mm-600mm), IPN (80mm-600mm), HEA (100mm-1000mm), HEB (100mm-1000mm), HEAA (100mm-1000mm); sheets: RUUKKI (T55, T85, T130, T153), Blachy Pruszyński (T6, T8, T16, T18, T20, 35, T40, T45, T50, T55, T60, T92, T135, T150, T160), Balx (TR50, TR55, TR60, TR85, TR93, TR135, TR153, TR160), in thicknesses available in producer’s catalogs; spacing of transverse systems: 4.5 m, 6.0 m, 7.5 m, 9.0 m.

układów poprzecznych: 4,5m, 6,0m, 7,5m, 9,0m.

Tabela 1 przedstawia fragment uzyskanych wyników dotyczących belek typu IPE o wysokości od 80mm do 270mm współpracujących z blachą trapezową RUUKKI o wysokości fali 130 mm i grubościach konstrukcyjnych znajdujących się w katalogach producentów.

Tabela 1. Sztywność postaciowa S dla rozstawu płatwi 4,0m oraz rozstawu układów poprzecznych 6,0m.

Table 1. Shear stiffness S for purlins spacing of 4.0 m and transverse systems spacing of 6.0 m.

Rozstaw Spacing		Grubość blachy	Sztywność postaciowa na jednostkę długości blachy trapezowej połączonej z belką tupu IPE w każdej faldzie [kNm/m]									
Dźwiga rów Welded girders	Belek Beams	Thickness of sheet	IPE 80	IPE 100	IPE 120	IPE 140	IPE 160	IPE 180	IPE 200	IPE 220	IPE 240	IPE 270
[m]	[m]	[mm]	6345,0	7086,0	7359,6	7927,0	9262,3	10299,4	12609,4	14547,2	18116,0	20494,8
6,0 m	4,00	0,70	4175,5	4175,5	4175,5	4175,5	4175,5	4175,5	4175,5	4175,5	4175,5	4175,5
	4,00	0,75	4630,8	4630,8	4630,8	4630,8	4630,8	4630,8	4630,8	4630,8	4630,8	4630,8
	4,00	0,80	5101,5	5101,5	5101,5	5101,5	5101,5	5101,5	5101,5	5101,5	5101,5	5101,5
	4,00	0,88	5885,6	5885,6	5885,6	5885,6	5885,6	5885,6	5885,6	5885,6	5885,6	5885,6
	4,00	1,00	7129,6	7129,6	7129,6	7129,6	7129,6	7129,6	7129,6	7129,6	7129,6	7129,6
	4,00	1,25	9963,9	9963,9	9963,9	9963,9	9963,9	9963,9	9963,9	9963,9	9963,9	9963,9

Kolorem żółtym oznaczono te konfiguracje, które nie spełniają wymagań normowych zawartych w [7].

Table 1 shows a part of the obtained results for the IPE-beams with a height of 80mm to 270mm cooperating with RUUKKI trapezoidal sheets with the height of 130 mm and design thicknesses contained in the catalogs of producers.

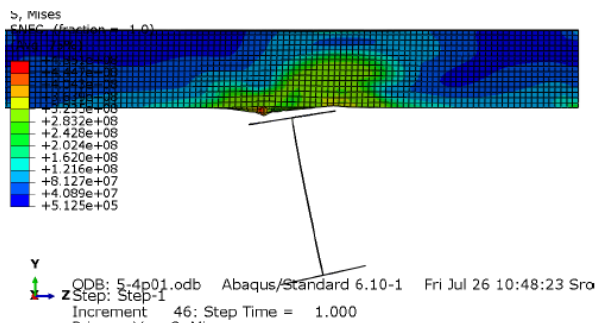
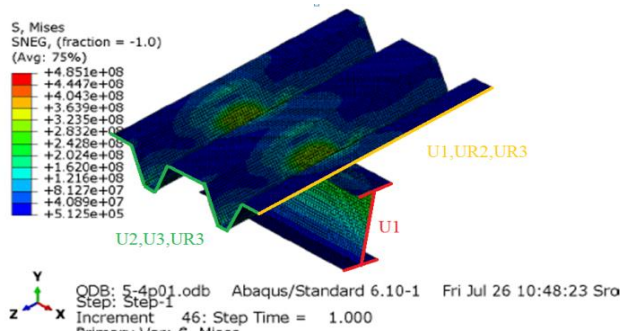
Yellow indicates those configurations that do not meet the requirements of code contained in [7].

3.2. Sztywność przeciwnskrotna

Analizy numeryczne przeprowadzono dla blach o wysokości fali T130, T135 oraz T153 i belek walcowanych HEA140, HEA160, HEA180, IPE300, IPE500 oraz belek spawanych o wysokościach 300, 500 i 600mm. Na rysunku 1 przedstawiono model numeryczny (3D), który składa się z dwuteownika oraz blachy trapezowej utworzonych jako element „shell deformable” (2D).

3.2. Rotational stiffness

Numerical analyzes were carried out for trapezoidal sheets with a height of wave T130, T135 and T153 and hot-rolled beams HEA140, HEA160, HEA180, IPE300, IPE500 and welded plate girders with heights of 300, 500 and 600mm. Figure 1 shows the numerical model (3D) which consists of the I-beam and trapezoidal sheet created as a "shell deformable" (2D).



Rys. 1. Model numeryczny połączenia IPE 300 z blachą T135 o grubości 0,88 mm a) warunki brzegowe, b) zachowanie modelu podczas analizy.

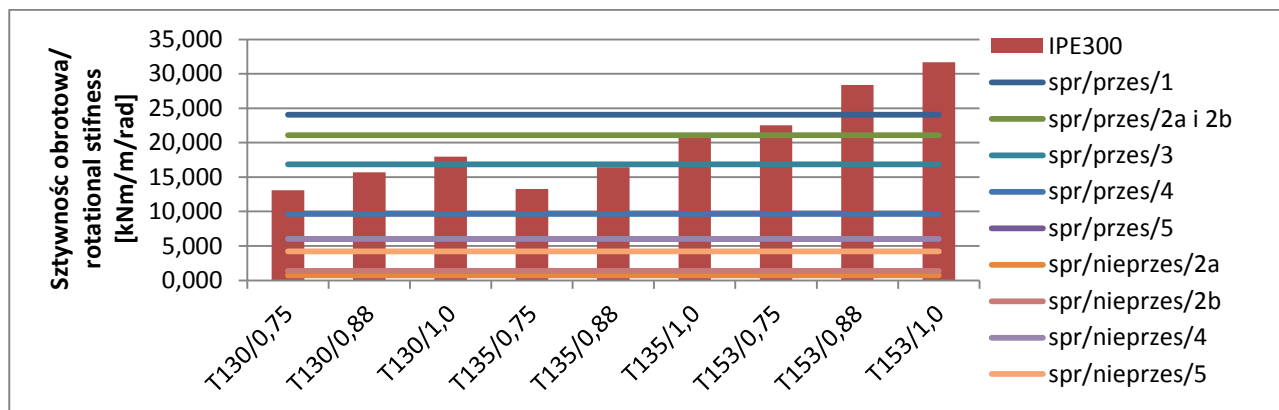
Fig. 1. Numerical model of connection IPE 300 with sheet T135 thickness 0,88 mm a) boundary conditions, b) model behavior during analysis.

Belka i blacha połączone są elementami typu „spring” umiejscowionymi w dolinach blachy, w odległości 3cm od krawędzi. Materiał określono na podstawie normy [7] nadając blasze właściwości sprężyste i plastyczne, natomiast belce tylko sprężyste. Obciążenie zewnętrzne przyłożono do dolnej półki kształtownika w postaci wymuszenia przemieszczeniowego. Na podstawie nieliniowej analizy określano zależność $M-\theta$, a następnie sztywność obrotową $C_{\theta,k}$ na jednostkę długości belki związanej z poszyciem i połączeniem. Sposób i miejsce odczytywania wyników wyznaczono analogicznie jak w pracy [9]. Uzyskane z nieliniowej analizy MES wartości sztywności obrotowej połączeń porównano z minimalnymi sztywnościami obrotowymi wyznaczonymi analitycznie w celu określenia skuteczności danego stężania przeciwnskrotnego. Na rys. 2

Beam and sheet are connected by the elements type "spring" placed in the valleys of the sheet, just 3cm from the edge. The material properties are determined on the basis of [7] assigning elastic-plastic properties to the sheet and only elastic to the beam. External load is replaced by displacement control procedure. Uniformly distributed displacement is applied to the bottom edge of the beam's flange. On the basis of non-linear analysis the relationship $M-\theta$ is determined and then the rotational stiffness $C_{\theta,k}$ per unit length of the beam associated with the sheeting and connection is calculated. Methods and locations for collection of the results are determined analogous to those in [9]. The values of rotational stiffness obtained from the non-linear FEM analysis are compared with the minimum rotational stiffness from analytical approach to determine the

przedstawiono wyniki analizy sprężystej dla wszystkich możliwych kombinacji warunków brzegowych i rozkładów momentów. Linie poziome określają minimalne sztywności obrotowe wyznaczone wg. [7] natomiast słupki wyrażają wartości sztywności obrotowych otrzymanych numerycznie dla konkretnych kombinacji belki IPE300 z kolejnymi blachami. Jeśli wybrana linia pozioma przecina słupkę oznacza to, że dla danych warunków brzegowych i rozkładów momentów belka może być uznana za skutecznie stężoną przeciwnie.

effectiveness of a given torsional restraint. Figure 2 shows the results for all possible elastic boundary conditions and moments distribution. The horizontal lines define the minimum rotational stiffness determined by [7] while the bars refers rotational stiffness obtained from numerical analysis for IPE300 and various trapezoidal sheets. If the selected horizontal line intersects the bar, it means that for given boundary conditions and moment distribution beam can be considered as effectively torsionally restrained.



Rys. 2. Sztwność obrotowa dla różnych konfiguracji IPE 300 blacha trapezowa oraz warunków brzegowych w analizie sprężystej.
 Fig. 2. Rotational stiffness for various configuration IPE 300 and trapezoidal sheeting and boundary conditions in elastic analysis.

4. Wnioski

W świetle uzyskanych wyników widać znaczny wpływ sposobu zamocowania pasa oraz rodzaju przeprowadzonej analizy na skuteczność stężenia. Analiza odkształceń i naprężeń wykazała dobrą współpracę z poszyciem belek krępych (np. HEA140, HEA 160, HEA180) oraz słabą w przypadku smukłych belek spawanych, które ulegają dużym deformacjom konturu, natomiast naprężenia w blasze trapezowej są znikome i mają jedynie charakter lokalny.

4. Conclusions

The results highlight the significant impact of the boundary conditions and the type of analysis on the effectiveness of beams torsional restraining. Analysis of stress and strain showed good cooperation with sheathing and stocky beams (eg HEA140, HEA 160, HEA180) and weak in the case of slender welded plate girders, which are subject to large deformations of the contour, while the stresses in trapezoidal sheet are negligible and are purely local.

Literatura • References

[1] Garncarek R., (1988), *Nośność ściskanych i zginanych prętów stężonych obudową z blachy faldowej*, COBPKM Mostostal, Warszawa.

[2] DIN 18800/T 2 Stahlbauten. Stabilitätsfälle, knicken von stäben und stabwerken.

[3] European recommendations for the application of metal sheeting acting as a diaphragm, ECCS Publication No 88, 1995.

[4] Gosowski B., (2003), *Spatial stability of braced thin-walled members of steel structures*, Journal of constructional steel research, vol. 59, Issue 7, pp. 839-865.

[5] Li, L.Y., (2004), *Lateral-torsional buckling of cold-formed zet-purlins partial-laterally restrained by metal sheeting*. Thin-walled Structures. 42(7), pp. 995–1011.

[6] Lucas, R.M., Al-Bermami, F.G.A., Kitipornchai, S., (1997), *Modeling of cold-formed purlins – sheeting systems – Part 1. Full model*. Thin-walled Structures. 27(3), pp. 223–243.

[7] PN-EN 1993-1-1 Projektowanie konstrukcji stalowych. Reguły ogólne i reguły dla budynków.

[8] PN-EN 1993-1-3 Projektowanie konstrukcji stalowych. Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno. EN 1993-1-3 General rules - Supplementary rules for cold-formed members and sheeting.

[9] Vransy T., Braham M., Belica A., (2009), Nordic Steel Construction Conference, *Restraint of purlins for various roof system*, pp. 422-429.

Acknowledgment

Financial support by the grant 11-305/14 DSPB is kindly acknowledged.