

Współczynniki częściowe w ocenie stateczności elementów konstrukcji stalowych Partial factors for the member stability resistance of steel structures

Marian Giżejowski¹, Zbigniew Stachura²

¹ Instytut Inżynierii Budowlanej, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Warszawska
e-mail: m.gizejowski@il.pw.edu.pl

² Institute of Building Engineering, Faculty of Civil Engineering, Warsaw University of Technology,
e-mail: z.stachura@il.pw.edu.pl

Streszczenie

Dotychczasowe analizy przeprowadzone przez autorów dotyczyły wskaźników wykorzystania nośności przekroju statycznie wyznaczalnych elementów konstrukcji stropów stalowych i były przeprowadzone przy założeniu, że elementy nie ulegają ogólnej utracie stateczności. Wartości tych wskaźników wyznaczono z uwzględnieniem reguł jak w eurokodach wdrożonych w kraju jako normy PN-EN oraz reguł jak w zastępowanych normach krajowych PN-B. Do obliczeniowej nośności przekroju wg eurokodów przyjęto współczynnik częściowy równy jedności, jak w Załączniku krajowym do PN-EN 1993 oraz zróżnicowane wartości wg propozycji autorów. Niniejsza praca dotyczy sposobu przyjęcia współczynnika częściowego do nośności elementów narażonych na niestateczność ogólną (na zwichrzenie lub wyboczenie). Przedstawiono propozycję przyjęcia tego współczynnika w całym zakresie smukłości elementu narażonego na niestateczność ogólną i wyniki analizy statystycznej uwzględniające opracowaną propozycję.

Abstract

Up-to-date investigations carried out by the authors of this paper were concerned with the analysis of cross-section resistance utilization ratios of statically determinate elements of steel floor construction, assuming that elements are fully restrained against overall instability. Their numerical values are predicted according to Eurocodes implemented in Poland as standards PN-EN and according to Polish standards PN-B being substituted. For the cross-section resistance according to Eurocodes, the partial resistance factors are taken as unity, as it has been recommended in the Polish National Annex, and their differentiated values according to authors' own proposal. Hereafter, a discussion on the evaluation of partial factors for the member stability resistance (buckling of columns and lateral-torsional buckling of beams) takes place. The proposal for the evaluation of their values in the whole range of element slenderness is presented together with a statistical analysis of resistance taking into account the authors' proposal developed.

Słowa kluczowe: elementy stalowe, nośność przekroju, nośność elementu, współczynniki częściowe, analiza statystyczna
Keywords: steel elements, cross-section resistance, member resistance, partial factors, statistical analysis

1. Wprowadzenie

Niniejsze opracowanie stanowi kontynuację pracy Giżejowskiego i Stachury (2013) dotyczącej dyskusji sposobu przyjęcia wartości współczynników częściowych do nośności przekroju statycznie wyznaczalnych elementów konstrukcji stropów stalowych. Uwzględniono efekt klasy przekroju elementu. Niniejsza praca obejmuje zagadnienia stateczności ogólnej tych elementów, przy czym przyjęto, że są one wykonane z dwóch gatunków stali konstrukcyjnej, mianowicie S235 i S355, najczęściej stosowanych w praktyce.

Analizę bezpieczeństwa elementów stropów stalowych przeprowadzono z uwzględnieniem warunku równości wskaźników wykorzystania nośności (WWN) otrzymanych dla tego samego obliczeniowego modelu konstrukcji, ale po przyjęciu dwóch różnych pakietów norm. Uwzględniono wskaźniki otrzymane z projektowania na podstawie normy PN-90/B-03200 [2] i związanych z nią norm PN-B oraz odpowiadające im wskaźniki wykorzystania nośności otrzymane z obliczeń przeprowadzonych na podstawie normy PN-EN 1993-1-1 [3] i związanych z nią norm PN-EN.

2. Metodologia i rezultaty

Współczynniki częściowe γ_M wynikające z analizy bezpieczeństwa na podstawie ww. podejścia mają postać:

1. Introduction

The present contribution is a continuation of authors' investigations presented in Giżejowski and Stachura (2013) and referred to the evaluation of cross-section resistance partial factors of statically determinate structural elements in steel floor construction. Results included different sensitivity of cross section to local buckling, i.e. the effect of section class. This paper extends the previously undertaken topic of section resistance analysis of steel floor structural elements towards their overall stability resistance, considering the steel grades S235 and S355, the most frequently used in practice.

Analysis of safety requirements according to the same computational model of the steel floor structure was carried out for its structural elements, and under the condition of resistance utilization factors equality according to two packages of design codes taken into account. Resistance utilization factors (RURs) obtained with reference to the code PN-90/B-03200 and associated PN-B codes were accounted for together with corresponding factors for the code PN-EN 1993-1-1 [3] and associated PN-EN codes.

2. Methodology and results

Partial factors γ_M resulting from the analysis of safety requirements as described above are as follows:

- w przypadku elementów zginanych w płaszczyźnie większej bezwładności przekroju i ulegających zwichrzeniu:

$$\gamma_M = \frac{M_{b,Rk,EN}}{M_{b,Rk,PN}} \cdot \frac{M_{Ed,PN}}{M_{Ed,EN}} \gamma_s = \frac{M_{c,Rk,EN}}{M_{c,Rk,PN}} \cdot \frac{\chi_{LT}}{\phi_{LT}} \cdot \frac{(\gamma_{G,PN} + \gamma_{Q,PN} \cdot \psi)}{(\gamma_{G,EN} + \gamma_{Q,EN} \cdot \psi)} \gamma_s \quad (1)$$

- w przypadku elementów ściskanych osiowo i ulegających różnym formom wyboczenia:

$$\gamma_M = \frac{N_{b,Rk,EN}}{N_{b,Rk,PN}} \cdot \frac{N_{Ed,PN}}{N_{Ed,EN}} \gamma_s = \frac{N_{c,Rk,EN}}{N_{c,Rk,PN}} \cdot \frac{\chi}{\phi} \cdot \frac{(\gamma_{G,PN} + \gamma_{Q,PN} \cdot \psi)}{(\gamma_{G,EN} + \gamma_{Q,EN} \cdot \psi)} \gamma_s \quad (2)$$

gdzie oznaczenia jak w pracy Giżejowskiego i Stachury [1] oraz:

$\phi_{LT}; \chi_{LT}$ – współczynniki redukcyjne z uwagi na zwichrzenie, odpowiednio wg normy [2] i [3],

$\phi; \chi$ – współczynniki redukcyjne z uwagi na wyboczenie giętno, skrętne lub giętno-skrętne, odpowiednio wg normy [2] i [3].

We wzorach (1) i (2) przyjęto, że smukłości względne $\bar{\lambda}_{LT,PN}$ i $\bar{\lambda}_{PN}$ wg normy [2] można wyrazić w funkcji smukłości $\bar{\lambda}_{LT,EN}$ i $\bar{\lambda}_{EN}$ odpowiadających normie [3] jak następuje:

- dla elementów zginanych względem osi y-y i ulegających zwichrzeniu:

$$\bar{\lambda}_{LT,PN} = \sqrt{\frac{M_{c,Rk,PN}}{M_{cr,PN}} \frac{\gamma_{cr}}{\gamma_s}} = \sqrt{\frac{1,33 \cdot 210}{205 \cdot \gamma_s}} \cdot \sqrt{\frac{W_{y,PN}}{W_{y,EN}}} \cdot \sqrt{\frac{M_{c,Rk,EN}}{M_{cr}}} = a_{b,LT} \bar{\lambda}_{LT,EN} \quad (3)$$

- dla elementów ściskanych osiowo i ulegających różnym formom wyboczenia:

$$\bar{\lambda}_{PN} = \sqrt{\frac{N_{c,Rk,PN}}{N_{cr,PN}} \frac{\gamma_{cr}}{\gamma_s}} = \sqrt{\frac{1,33 \cdot 210}{205 \cdot \gamma_s}} \cdot \sqrt{\frac{A_{PN}}{A_{EN}}} \cdot \sqrt{\frac{N_{c,Rk,EN}}{N_{cr}}} = a_b \bar{\lambda}_{EN} \quad (4)$$

gdzie: A_{PN}, A_{EN} – obliczeniowe, zależne od klasy przekroju pole przekroju odpowiednio wg norm [2] i [3],

$W_{y,PN}, W_{y,EN}$ – obliczeniowe, zależne od klasy przekroju wskaźniki wytrzymałości odpowiednio wg norm [2] i [3],

M_{cr} – moment krytyczny przy zwichrzeniu idealnego elementu sprężystego,

N_{cr} – siła krytyczna odpowiadająca miarodajnej postaci wyboczenia idealnego pręta ściskanego,

a_b – parametr wyboczenia zależny jedynie od gatunku stali (dla przekrojów klasy 1, 2 lub 3) oraz gatunku stali i klasy przekroju (dla przekrojów klasy 4) elementów osiowo ściskanych,

$a_{b,LT}$ – parametr zwichrzenia zależny od gatunku stali i klasy przekroju elementów zginanych w płaszczyźnie większej sztywności.

Wyniki analizy współczynnika częściowego do nośności elementu można wyrazić jako funkcję dwóch argumentów: smukłości względnej określonej wg normy [3] oraz parametru ψ . Przykładowe wyniki analizy w postaci warstwicowej przedstawiono graficznie na Rys. 1. Rys. 1a) przedstawia wyniki dotyczące zwichrzenia zginanych belek walcowanych typu IPE, ocenianego wg normy [3] metodą ogólną. Wyróżniono cztery poziomy parametru ψ do zilustrowania przebiegu współczynnika częściowego do nośności elementu: $\psi = 0,4; \psi = 1,0; \psi = 1,6$ i $\psi = 2,0$; odpowiadające w przybliżeniu wartościom obciążenia użytkowego: 1,7; 4,2; 6,8 oraz 8,5 kN/m². Wartości te odpowiadają zmianom wartości współczynnika do kombinacji obciążeń zmiennych, analogicznie jak w pracy Giżejowskiego i Stachury (2013) dotyczącej współczynników częściowych do nośności przekroju. Na Rys. 1b) przedstawiono krzywe ilustrujące przebieg współczynnika częściowego γ_{MI} dla wybranych czterech wartości parametru ψ jako wynik przecięcia pionową płaszczyzną powierzchni, której warstwicę przedstawiono na

- in case of elements bent in the plane of greater cross-section moment of inertia and subjected to lateral-torsional buckling:

$$\gamma_M = \frac{M_{b,Rk,EN}}{M_{b,Rk,PN}} \cdot \frac{M_{Ed,PN}}{M_{Ed,EN}} \gamma_s = \frac{M_{c,Rk,EN}}{M_{c,Rk,PN}} \cdot \frac{\chi_{LT}}{\phi_{LT}} \cdot \frac{(\gamma_{G,PN} + \gamma_{Q,PN} \cdot \psi)}{(\gamma_{G,EN} + \gamma_{Q,EN} \cdot \psi)} \gamma_s \quad (1)$$

- in case of elements axially compressed and subjected to different modes of buckling:

$$\gamma_M = \frac{N_{b,Rk,EN}}{N_{b,Rk,PN}} \cdot \frac{N_{Ed,PN}}{N_{Ed,EN}} \gamma_s = \frac{N_{c,Rk,EN}}{N_{c,Rk,PN}} \cdot \frac{\chi}{\phi} \cdot \frac{(\gamma_{G,PN} + \gamma_{Q,PN} \cdot \psi)}{(\gamma_{G,EN} + \gamma_{Q,EN} \cdot \psi)} \gamma_s \quad (2)$$

where notation adopted is as used in by Giżejowski and Stachura [1] and furthermore:

$\phi_{LT}; \chi_{LT}$ – stability reduction factors with regard to lateral-torsional buckling (LT buckling) according to [2] and [3],

$\phi; \chi$ – stability reduction factors with regard to buckling under compression (F,T or TF buckling) according to [2] and [3].

In Eqns. (1) and (2), the relative slenderness ratios $\bar{\lambda}_{LT,PN}$ and $\bar{\lambda}_{PN}$ according to [2] can be expressed as functions of corresponding slenderness ratios $\bar{\lambda}_{LT,EN}$ and $\bar{\lambda}_{EN}$ according to [3] as follows:

- for elements bent about the major axis y-y and subjected to LT buckling:

$$\bar{\lambda}_{LT,PN} = \sqrt{\frac{M_{c,Rk,PN}}{M_{cr,PN}} \frac{\gamma_{cr}}{\gamma_s}} = \sqrt{\frac{1,33 \cdot 210}{205 \cdot \gamma_s}} \cdot \sqrt{\frac{W_{y,PN}}{W_{y,EN}}} \cdot \sqrt{\frac{M_{c,Rk,EN}}{M_{cr}}} = a_{b,LT} \bar{\lambda}_{LT,EN} \quad (3)$$

- for elements axially compressed and subjected to different modes of buckling:

$$\bar{\lambda}_{PN} = \sqrt{\frac{N_{c,Rk,PN}}{N_{cr,PN}} \frac{\gamma_{cr}}{\gamma_s}} = \sqrt{\frac{1,33 \cdot 210}{205 \cdot \gamma_s}} \cdot \sqrt{\frac{A_{PN}}{A_{EN}}} \cdot \sqrt{\frac{N_{c,Rk,EN}}{N_{cr}}} = a_b \bar{\lambda}_{EN} \quad (4)$$

where: A_{PN}, A_{EN} – class dependent cross-section area according to [2] and [3],

$W_{y,PN}, W_{y,EN}$ – class dependent cross-section modules according to [2] and [3],

M_{cr} – critical moment of perfect elastic element subjected to LT buckling,

N_{cr} – critical force of perfect elastic element subjected to F,T or TF buckling modes,

a_b – buckling parameter dependent upon the steel grade (for 1, 2 or 3 section class) and upon the steel grade and section class (for sections of class 4) for elements subjected to axial compression,

$a_{b,LT}$ – lateral-buckling parameter dependent upon the steel grade and section class for elements bent about the axis of greater moment of inertia.

Results of stability resistance partial factors may be expressed as function dependent upon two arguments: relative slenderness ratio according to [3] and the load parameter ψ . Exemplary results are mapped and shown graphically in Fig. 1. In Fig. 1a), the results referred to lateral-torsional buckling of rolled IPE beams, the buckling of which is assessed with use of the general PN-EN code method are presented. Four lines in the above figure are associated with four values of the load parameter ψ , namely $\psi = 0,4; \psi = 1,0; \psi = 1,6$ and $\psi = 2,0$ that correspond approximately to imposed load values 1,7; 4,2; 6,8 and 8,5 kN/m², respectively. Four levels of the load factor are in line with boundaries for the description of changes in the prediction of design load combinations as it has been considered by Giżejowski and Stachura (2013) in their detailed analysis of cross-section resistance partial factors. In Fig. 1b), the curves of slenderness dependent member stability resistance factor γ_{MI} for chosen four values of the load parameter ψ are presented as a result of four respective vertical cuts of the surface mapped in

Rys. 1a). Naniesiono również przebiegi trzech krzywych ilustrujących propozycję zależnego od smukłości i omówionego dalej współczynnika częściowego do nośności $\gamma_{M,ult}$.

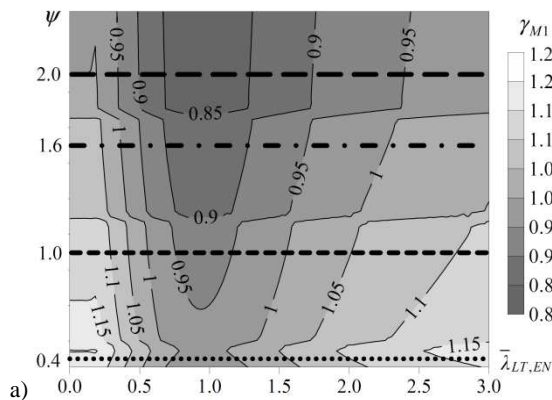
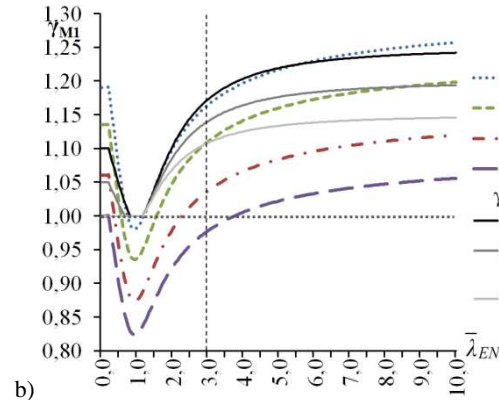


Fig. 1a). Three slenderness dependent member resistance factor $\gamma_{M,ult}$ curves are also shown in Fig. 1b). They illustrate the proposal of the evaluation of member resistance factor as it is going to be discussed hereafter.



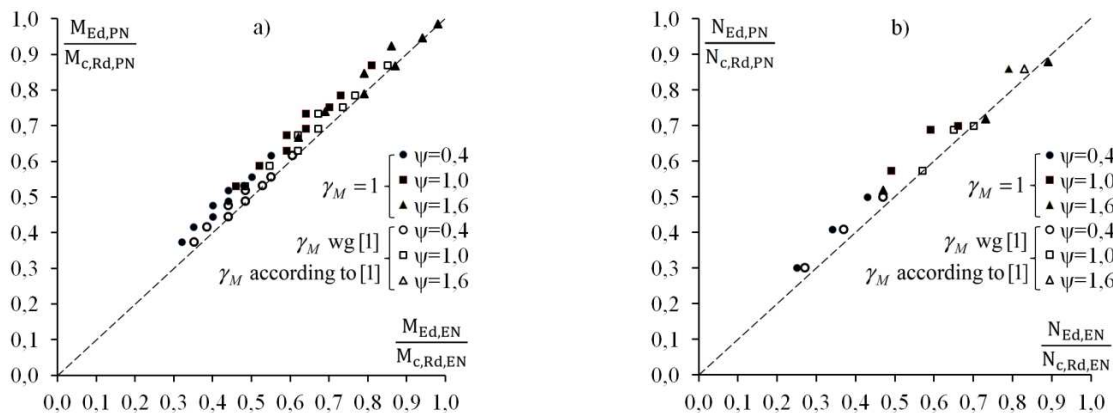
Rys. 1. Wyniki ilustrujące wartości współczynnika częściowego do zwichrzenia belek walcowanych typu IPE: a) mapa wartości, b) przebiegi krzywych: γ_{M1} dla wybranych wartości parametru ψ oraz $\gamma_{M,ult}$ jako ilustracji wynikowego współczynnika częściowego.
 Fig. 1. Results presenting values of partial factors for lateral-torsional buckling of rolled IPE beams: a) mapped on plane, b) presented as curves of γ_{M1} for chosen values of ψ and $\gamma_{M,ult}$ being the graphical representation of the resultant partial factor.

3. Podsumowanie i uwagi końcowe

3. Summary and concluding remarks

Na Rys. 2 przedstawiono wyniki analizy statystycznej współczynników częściowych do nośności przekroju, na podstawie Załącznika krajowego w [3] oraz propozycji z pracy Giżejowski i Stachury (2013).

In Fig. 2, results of statistical analysis of cross-section resistance partial factors calculated according to National Annex in [3] and the proposal presented by Giżejowski and Stachura (2013).



Rys. 2. Porównanie wskaźników wykorzystania nośności przekroju: a) walcowane belki zginane o przekroju dwuteowym, b) spawane słupy blachownicowe ściskane osiowo, ze smukłymi ściankami podpieranymi i krępyimi ściankami podpierającymi.
 Fig. 2. Comparison of cross-section resistance utilization ratios: a) rolled beams of I-profile, b) welded plate girders under axial compression made of slender walls being supported and compact supporting walls.

W przypadku belek walcowanych, wartość średnia współczynnika częściowego do nośności przekroju wynosi 1,08, zaś współczynnik zmienności 5,5%. Po uwzględnieniu wartości współczynników częściowych wg Giżejowski i Stachury (2013), następuje zbliżenie poziomu bezpieczeństwa ocenianego wg pakietów norm PN-B [2] i PN-EN [3]. Wartość średnia wynosi wówczas 1,03, współczynnik zmienności zaś 3,3%. Podobna tendencja jest widoczna w przypadku blachownic spawanych. Uzyskuje się zmniejszenie wartości średniej z 1,11 do 1,05, oraz redukcję współczynnika zmienności z 7,4% do 4,9%. Można zauważyć średnio ok. 5%-we zbliżenie nośności oraz ok. 2%-we zmniejszenie rozrzutu wyników nośności ocenianych wg obu pakietów norm.

In case of rolled beams, the mean value of resistance partial factor is 1,08 and the coefficient of variation is 5,5%. When values of partial factors proposed by Giżejowski and Stachura (2013) are used, an equalization of safety requirements according to PN-B and PN-EN packages of standards is achieved. Mean value becomes then 1,03 with the coefficient of variation of 3,3%. Similar tendency is observed in case of welded plate girders. The mean value is lowered from 1,11 to 1,05 and the coefficient of variation is reduced from 7,4% to 4,9%. On average, the resistances calculated according to the Polish code [2] and according to [3] but with proposed values of partial factors are about 5% closer to each other, and there is about 2% reduction in the value of coefficient of variation.

Dzięki wprowadzeniu zależnego od smukłości częściowego współczynnika do nośności (stateczności) elementu $\gamma_{M,ult}$, który pełni rolę stałego współczynnika γ_{Ml} jak w normie [3], można spełnić warunki brzegowe na obliczeniową nośność elementu, tzn. otrzymać współczynniki: γ_M do nośności przekroju (dla elementów krępych) oraz współczynnik asymptotyczny $\gamma_{M,cr}$ do nośności elementów smukłych. Analizując wyniki przedstawione na Rys. 1, a także wyniki szerszych analiz dotyczących elementów o innych przekrojach walcowanych i spawanych, zaproponowano zależności jak niżej:

- przy wyboczeniu elementów ściskanych (współczynnik redukcyjny χ) oraz przy zwichrzeniu elementów zginanych wg metody uproszczonej z normy [3] (dla elementów dwuteowych walcowanych i ich odpowiedników spawanych, dla których stosuje się współczynnik redukcyjny χ_{LT} zamiast χ):

$$\begin{aligned} \chi \geq 0,5: \quad & \gamma_{M,ult} = \gamma_M \\ \chi < 0,5: \quad & \gamma_{M,ult} = \gamma_{M,cr} + 2 \cdot \chi \cdot (\gamma_M - \gamma_{M,cr}) \geq 1 \end{aligned} \tag{5}$$

- przy zwichrzeniu elementów zginanych z kształtowników walcowanych i blachownic spawanych o dowolnym przekroju, wg metody ogólnej z normy [3]:

$$\gamma_{M,ult} = 2 \cdot (\gamma_M + \gamma_{M,cr} - 2) \chi_{LT}^2 + (4 - \gamma_M - 3\gamma_{M,cr}) \chi_{LT} + \gamma_{M,cr} \geq 1 \tag{6}$$

gdzie: $\gamma_{M,cr}$ – współczynnik częściowy do nośności elementów smukłych o wartości uzależnionej od przedziału zmienności parametru obciążenia ψ : $\gamma_{M,cr} = 1,25$ dla $\psi \leq 0,6$; $\gamma_{M,cr} = 1,20$ dla $0,5 < \psi \leq 1,5$ oraz $\gamma_{M,cr} = 1,15$ dla $\psi > 1,5$.

Podobnie jak na Rys. 2, na Rys. 3 przedstawiono wyniki analizy statystycznej współczynników częściowych, ale w odniesieniu do nośności elementu. W przypadku zastosowania wzorów (5) i (6) na współczynnik częściowy do nośności elementu uzyskuje się zmniejszenie wartości średniej z 1,13 do 1,05, oraz redukcję współczynnika zmienności z 6,3% do 3,8%. Można zauważyć nawet ok. 15%-we zbliżenie nośności oraz ok. 3%-we zmniejszenie rozrzutu nośności wg obu pakietów norm.

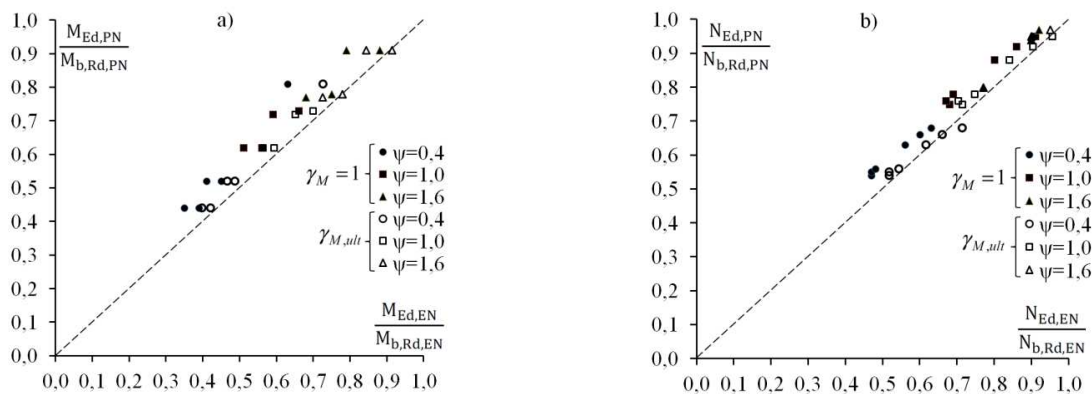
Thanks to introduction of slenderness dependent member (stability) resistance partial factor $\gamma_{M,ult}$, that plays the role of constant factor γ_{Ml} in the code [3], there is a possibility to fulfil the boundary conditions for design value of member resistance, i.e. to obtain the following factors: γ_M for resistance of stocky elements (equal to the cross-section resistance) and asymptotic $\gamma_{M,cr}$ for resistance of slender elements. Taking into consideration the results presented in Fig. 1, as well as results of a wider analysis carried out for elements with different rolled and welded sections, the following formulas are proposed:

- buckling of compressed elements (reduction factor χ) and lateral-buckling of bending elements according to the alternative method from [3] (for rolled I-profiles and their welded counterparts, for which the reduction factor χ_{LT} replaces χ):

- lateral buckling of bending elements of different sections made by rolling or welding, assessed by the general method from [3]:

where: $\gamma_{M,cr}$ – resistance partial factor for slender elements taken as the value being dependent upon a certain range of the load parameter ψ : $\gamma_{M,cr} = 1,25$ for $\psi \leq 0,6$; $\gamma_{M,cr} = 1,20$ for $0,5 < \psi \leq 1,5$ and $\gamma_{M,cr} = 1,15$ for $\psi > 1,5$.

Similarly to Fig. 2, the results of statistical analysis of resistance partial factors, but in relation to member resistance, are presented in Fig. 3. Utilizing Eqns. (5) and (6) for the evaluation of design member resistance, the mean value is lowered from 1,13 to 1,05, and the coefficient of variation reduces from 6,3% to 3,8%. One may observe that the resistance from considered standards are close to each other by about 15% and there is a reduction in the discrepancy of about 3%.



Rys. 3. Porównania wskaźników wykorzystania nośności elementów: a) zginanych dwuteowych blachownic klasy 4 ze smukłymi ściankami podpierającymi, b) ściskanych słupów o przekrojach walcowanych typu HEA.

Fig. 3. Comparison of member resistance utilization ratios: a) plate girders under bending (with slender supporting walls), b) compressed columns made of rolled HEA profile.

Literatura • References

[1] Giżejowski M., Stachura Z.: *Współczynniki częściowe w ocenie nośności przekroju elementów konstrukcji stalowych*. Budownictwo i Architektura 12(2), Politechnika Lubelska 2013, 213-220.

[2] PN-90/B-03200. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.

[3] PN-EN 1993-1-1. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych - Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.