

Probabilistyczna optymalizacja nośności i niezawodności prętowych konstrukcji przestrzennych

Probabilistic optimisation of load bearing capacity and reliability of bar spatial structures

Zbigniew Kowal

*Katedra Mechaniki, Konstrukcji Metalowych i Metod Komputerowych,
Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Świętokrzyska
Al. 100-lecia PP 7, 25-314 Kielce*

*Department of Structure Mechanics, Metal Structures and Computer Methods
Faculty of Civil Engineering and Architecture, Technological University of Kielce
Al. 100-lecia PP 7, 25-314 Kielce
e-mail: zbigo@tu.kielce.pl*

Streszczenie

Pokazano trendy zmieniające nośność i niezawodność konstrukcji złożonych wymiarowanych na podstawie norm. Opracowano sposób dostrajania nośności statycznie wyznaczalnych konstrukcji do niezawodności zalecanych normą podstawową [14]. Pokazano metodę probabilistycznej optymalizacji zwiększającej nośność i niezawodność konstrukcji złożonych za pomocą sprzęgania wielu elementów w kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia (**KDMZ**), zawierające minimalne krytyczne zbiory elementów (**MKZE**), charakterystyczne tym, że gdy choć jeden element jest sprawny, to cały zbiór jest sprawny. Pokazano również oszacowanie nośności i niezawodności optymalizowanych konstrukcji uwzględniając niezawodność szeregowych połączeń prętów z węzłami. Oszacowano numerycznie potrzebę zwiększenia nośności i niezawodności połączeń ponad nośność prętów w celu zapobiegania wylamywaniu się prętów z **KDMZ** podczas eksploatacji obiektu.

Abstract

Trends towards changing capacity and reliability of complex structures dimensioned in accordance with the code were presented. A method of adjusting the capacity of statically determinate structures to the reliability recommended by the basic standard was developed [14]. To increase the capacity and reliability of complex structures, the probabilistic optimisation method was used. The method involves coupling many elements into kinematically admissible failure mechanisms (**KAFMs**). They contain minimal critical sets of elements (**MCSE**), which are characterised by the property that if only one element is operable, the whole set is also operable. Additionally, the estimation of capacity and reliability of the optimised structures was shown. In the procedure, the reliability of in-series connections between bars and nodes was accounted for. An increase in the capacity and reliability of connections over the reliability of bars was estimated numerically to prevent bar breaking off from **KAFM** when the structure is in service.

Słowa kluczowe: nośność, niezawodność, probabilistyczna optymalizacja, złożone konstrukcje prętowe
Keywords: load bearing capacity, reliability, probabilistic optimisation, complex bar structures

1. Wprowadzenie

Ekonomiczna i społeczna waga zagadnienia wpływu niezawodności elementów sprawczych na niezawodność konstrukcji złożonych wynika ze znaczącej liczby **awarii i katastrof konstrukcji budowlanych i mostowych**, zdarzających się w Świecie i w Polsce. Według Głównego Urzędu Nadzoru Budowlanego [1] w latach **1995 – 2008** wystąpiło w Polsce **3770** katastrof budowlanych. Największa liczba katastrof wystąpiła w latach 2007 – 2008, stanowiąc 43,3% liczby wszystkich katastrof z okresu 1995 – 2008. Na taki bilans ma wpływ również brak metod szacowania nośności i niezawodności konstrukcji umożliwiających dotrzymanie zalecanych w normie [14] wskaźników niezawodności konstrukcji złożonych. Awarie i katastrofy w dużej mierze wynikają z braku wiedzy o **algebrze kwantyli**, opartej na rachunku prawdopodobieństwa oraz z braku wiedzy o sposobach numerycznego szacowania wpływu losowych właściwości fizycznych elementów sprawczych na nośność i niezawodność konstrukcji złożonych. Specyfika budownictwa polega na tym, że obiekty budowlane, w tym mostowe, wznosi się na podstawie projektów, w których **nośność elementów sprawczych konstrukcji oblicza się teoretycznie, a bezpieczeństwo konstrukcji złożonej weryfikuje proces wznoszenia i eksploatacji. Mnogość losowych zjawisk fizycznych**, występujących w procesie inwestycyjnym wpływa na statystyczne rozkłady nośności elementów sprawczych konstrukcji i **skutecznie utrudnia** zastosowanie **obiektywnych probabilistycznych metod wymiarowania konstrukcji złożonych**. Szczególny wpływ na nośności i niezawodności konstrukcji złożonych mają różne postacie ścieżek **równowagi statycznej $P(y)$** elementów sprawczych, zwłaszcza obciążonych interakcyjnie zginaniem, skręcaniem i ściskaniem lub rozciąganiem.

Połączenia elementów sprawczych: monolityczne, śrubowane, spawane, cierne, klejone powinny być traktowane jak elementy sprawcze. Połączenia elementów sprawczych są przyczyną wielu awarii i katastrof konstrukcji budowlanych i mostowych, gdyż są szeregowo włączone w elementy sprawcze. **Połączenia sprawcze powinny mieć większą nośność i niezawodność aniżeli łączone elementy sprawcze** [7]. Dotyczy to również konstrukcji z innych materiałów, np. w przypadku zmiany **żelbetowych konstrukcji monolitycznych** w geometrycznie podobne **konstrukcje prefabrykowane** występuje na ogół istotne zmniejszenie nośności

i niezawodności obiektu z uwagi na mniejszą nośność połączeń prefabrykatów - trudno jest wykonać połączenia prefabrykatów o nośności większej lub równej nośności elementów prefabrykowanych.

W **kratownicowych strukturach metalowych** występują zagrożenia [9] spowodowane ukrytymi przyczynami, np. w przekryciach hal strukturą o oczkach górnych obróconych o 45° w stosunku do dolnych. W **belkach Vierendela** np. wskutek zmiany znaków przywęzłowych sił poprzecznych pod ruchomym obciążeniem, zwłaszcza dynamicznym. W **jednowarstwowych powłokach prętowych** - wskutek nieliniowego przemieszczenia węzłów i zwiększonych sił wewnętrznych w prętach od obciążeń zagrażających przeskokiem węzłów.

Z analizy awarii i katastrof konstrukcji metalowych obciążonych statycznie wynika, że **konstrukcje jednoelementowe** w zasadzie **nie ulegają awarii pod obciążeniem eksploatacyjnym**. Wskazuje to, że **elementy sprawcze** zaprojektowane i wykonane wg obowiązujących norm **spełniają wymagania dotyczące nośności i niezawodności** zalecanej w normie podstawowej [14].

Najczęściej ulegają **katastrofom konstrukcje złożone, zwłaszcza statycznie wyznaczalne**, do tego zawierające **zagrożenia [9] nośności systemu lub błędy grube** w projektowaniu lub wykonawstwie. Błędne rozwiązania konstrukcyjne wynikają również z niedoskonałości wiedzy uczestników procesu inwestycyjnego.

Zaufanie do wymiarowania elementów sprawczych na podstawie przedmiotowych norm **wynika z wieloletniego stosowania norm i ich korygowania** między innymi w drodze analizy przyczyn zdarzających się awarii i katastrof. Zaufanie do norm przedmiotowych upoważnia do przyjęcia **aksjomatu: elementy sprawcze wymiarowane na podstawie aktualnych norm przedmiotowych spełniają niezawodność zalecaną w jednej z trzech klas niezawodności wymienionych w podstawowej normie [14]**. Na tej podstawie można postawić twierdzenie: **obliczeniową nośność statycznie wyznaczalnych konstrukcji złożonych ze sprzężysto plastycznych elementów sprawczych wymiarowanych na podstawie norm, można przywracać do żądanej niezawodności w drodze zwiększenia nośności i niezawodności elementów za pomocą algebry kwantyli**.

W konstrukcjach statycznie wyznaczalnych występują jednoelementowe kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia (**KDMZ**) i na tej podstawie można dostroić nośność elementów sprawczych do zalecanej w normie [14] klasy niezawodności konstrukcji.

Próby uwzględnienia wpływu losowych właściwości elementów sprawczych na nośność i niezawodność budowlanych i mostowych konstrukcji złożonych trwają od wielu lat. Aktualnie w Polsce tą problematyką zajmowali się między innymi: Biegus, Gwóźdź, Machowski, Murzewski, Rojek, Stocki, Woliński i inni. Jednakże rozpoznane elementy zagadnienia sporadycznie trafiają do praktyki projektowej. Pozostają na szczeblu badania wytrzymałości materiałów, wybiórczych badaniach elementów oraz badaniach nieniszczących. Wdrożenie do nauki akademickiej metod probabilistycznych obliczania i projektowania konstrukcji budowlanych i mostowych ma znaczenie nie tylko w zapobieganiu tysiącom awarii i katastrof lecz również w znaczącym zmniejszeniu masy konstrukcji. Ponadto sprzyja zwiększeniu wydajności produkcji i bezpieczeństwa montażu konstrukcji, gdy ujawnia za pomocą analizy awaryjności kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia skłonność do uszkodzeń elementów wysyłkowych w transporcie i segmentów montażowych na montażu.

Jaśniejszy obraz badania trendów nośności i niezawodności konstrukcji złożonych uzyskuje się traktując konsekwentnie **niezawodność jako wartość własną nośności i niezawodności konstrukcji złożonych zależną od rozkładów nośności elementów sprawczych i topologii konstrukcji**.

W projektowaniu mamy do czynienia z konstrukcjami o konkretnym przeznaczeniu, których elementy sprawcze wymiarujemy na podstawie aktualnych norm szczegółowych określających ich nośność i niezawodność. Natomiast **bezpieczeństwo** potraktujemy jako funkcję rozkładów obciążeń działających na konstrukcję złożoną z elementów sprawczych o zdefiniowanej już niezawodności.

2. Trendy zmian nośności i niezawodności konstrukcji złożonych

2.1. Trend zmniejszający nośność i niezawodność statycznie wyznaczalnych konstrukcji złożonych

Na Rys. 1 zilustrowano znany model rozkładu nośności N_1 elementu oraz rozkładu losowej nośności N łańcucha zbudowanego z n elementów. Najwcześniej rozpoznany trend dotyczy **złożonych konstrukcji statycznie wyznaczalnych**: w miarę zwiększania liczby elementów połączonych szeregowo nośność N i niezawodność p maleje, a rozkład nośności ulega spłaszczeniu (Rys. 1). Przywrócenie zalecanego w normie [14] wskaźnika niezawodności konstrukcji statycznie wyznaczalnych wymaga zwiększenia obliczeniowej nośności elementów sprawczych konstrukcji. Obliczeniową nośność o zalecanej niezawodności takich konstrukcji możemy przywrócić w sposób pokazany w pracy [7].

W konstrukcjach statycznie wyznaczalnych występuje n elementów sprawczych zwymiarowanych według aktualnych norm o zalecanym wskaźniku $\beta = t$ niezawodności, nośności N_{ik} każdy. Zakładamy, że na podstawie obliczeń normowych znamy kwantyl rozkładu nośności elementów sprawczych i ich niezawodność p_i oraz awaryjność $q_i = 1 - p_i$. Awaryjność q łańcucha n elementów o jednakowej awaryjności q_1 rośnie wg (1):

$$q = nq_1 \quad (1)$$

W przypadku niejednakowej niezawodności prętów awaryjność q konstrukcji oszacowuje się wg (1a):

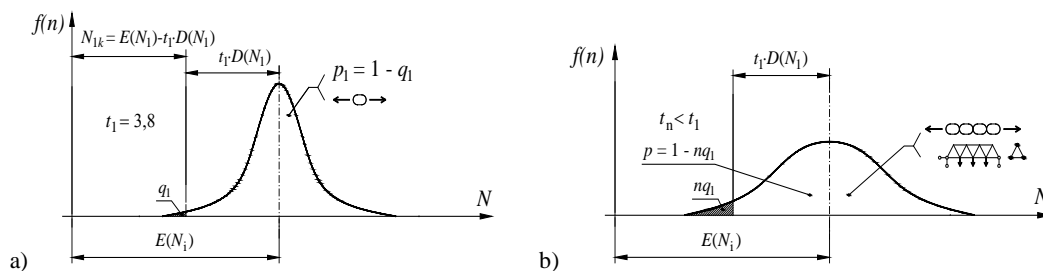
$$q = \sum q_i \quad (1a)$$

W przypadku (1) trend zmniejszania się niezawodności konstrukcji można oszacować wg (2):

$$p = 1 - nq_1 \quad (2)$$

W celu **przywrócenia kwantyla N_k nośności konstrukcji złożonej z elementów o zalecanym wskaźniku np.: $\beta = t = 3,8$ niezawodności [14], należy zwiększyć obliczeniową nośność elementów według oszacowania pokazanego w p. 3. Trend zmniejszania się nośności konstrukcji złożonej szeregowo w funkcji liczby elementów dotyczy statycznie wyznaczalnych konstrukcji**

złożonych, w których, gdy choć jeden element jest niesprawny, to cały złożony ustrój staje się niesprawny. W ustroju występują wyłącznie jednoelementowe kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia (KDMZ), a rozkład nośności ulega splaszczeniu (Rys. 1b).



Rys. 1. Fizyczna przyczyna zmniejszenia nośności i niezawodności łańcucha elementów

2.2. Trend zwiększania się nośności i niezawodności konstrukcji złożonych

Równoległe „sprzęgnięcie” n elementów w jednym KDMZ konstrukcji statycznie niewyznaczalnych uruchamia trend zwiększający nośności KDMZ w statycznie niewyznaczalnych konstrukcjach złożonych. Rozważmy wykorzystanie tego trendu w konstrukcjach budowanych z materiałów sprężysto plastycznych.

Na Rys. 2 zilustrowano rozkład nośności N1 elementu oraz rozkłady nośności N wiązki n = 1, 2, 3, 4... elementów. W miarę zwiększania się liczby elementów w wiązce rozkłady nośności wiązki ulegają skupieniu.

W przypadku elementów stochastycznie jednakowych współczynnik zmienności nośności wiązki elementów zmniejsza się wg wzoru:

$$v = v_1 / \sqrt{n} \tag{2a}$$

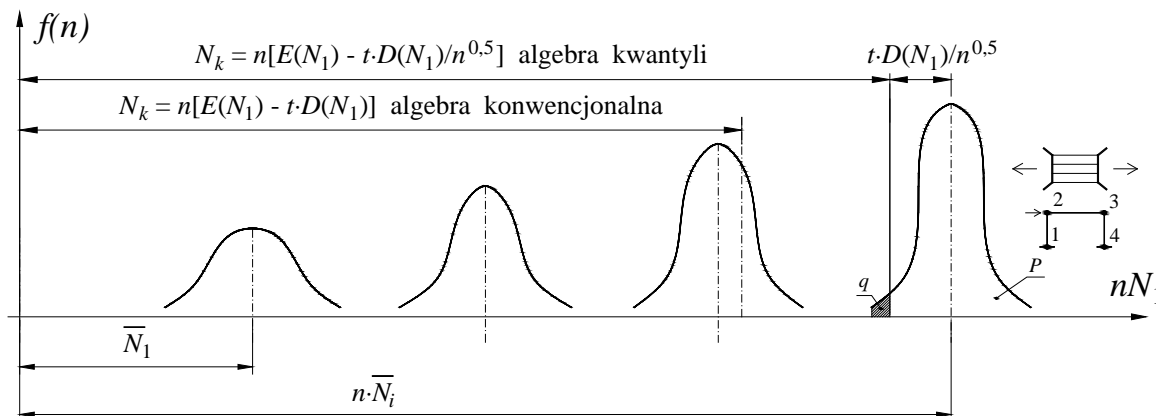
gdzie: $v_1 = D(N_1) / E(N_1)$ - współczynnik zmienności nośności, $D(N_1) = \sqrt{D^2(N_1)}$ - odchylenie standardowe, $E(N_1)$ - nośność oczekiwana, $D^2(N_1)$ - wariancja nośności.

Kwantyl nośności elementu wyznacza się wg (3):

$$N_k = E(N_1) [1 - tv_1] \tag{3}$$

Trend zwiększania się kwantyla nośności wiązki n stochastycznie jednakowych elementów wyznacza się wg (4), [11]:

$$N_k = n E(N_1) [1 - tv_1 / n^{0.5}] \tag{4}$$



Rys. 2. Trend zwiększania się kwantyla nośności Nk KDMZ konstrukcji równoległej złożonej z n elementów

Elementy sprawcze zawarte w KDMZ stanowią minimalny krytyczny zbiór elementów (MKZE), w którym gdy choć jeden element jest sprawny, to cały zbiór jest sprawny. Z punktu widzenia niezawodności konstrukcji złożonej, elementy sprawcze występujące w KDMZ są równoległe połączone. W KDMZ występuje trend zwiększania się nośności i niezawodności w miarę zwiększania się liczby elementów występujących w MKZE zawartym w KDMZ.

3. Numeryczne dostrajanie nośności elementów sprawczych do postulowanej niezawodności statycznie wyznaczalnych konstrukcji złożonych

Oszacowanie postulowanego zwiększenia niezawodności $p(t_i)$ elementów sprawczych występujących w statycznie wyznaczalnych konstrukcjach złożonych, spełniających równanie (1), ma na celu dotrzymanie zalecanej klasy niezawodności $p(t=3,8)$ całej konstrukcji złożonej (5):

$$\prod p(t_i) \geq p(t) \quad (5)$$

W budownictwie powszechnym zakładamy i oczekujemy, że każdy element sprawczy wymiarowany zgodnie z normami ma oczekiwaną niezawodność na poziomie zalecanej niezawodności $p(t=3,8)$ ustroju przewidywaną na koniec eksploatacji konstrukcji [14]. Ażeby dotrzymać zalecaną niezawodność $p(t=3,8)$ całej złożonej konstrukcji statycznie wyznaczalnej, należy zwiększyć niezawodność elementów sprawczych $p(t_i)$ tak, aby spełnić (6), [7]:

$$p(t) = 1 - q(t) = \prod p(t_i) = 1 - \sum q(t_i) \quad (6)$$

gdzie: $p(t=3,8)$ - zalecana w klasie RC2 niezawodność konstrukcji, $q(t) = 1 - p(t=3,8)$ - dopuszczalna awaryjność ustroju, $q(t_i)$ - awaryjność elementów sprawczych, która pozwala na dotrzymanie zalecanej klasy niezawodności ustroju złożonego.

W ustroju statycznie wyznaczalnym występuje n elementów sprawczych. Aby dotrzymać zalecaną niezawodność $p(t)$ ustroju złożonego należy ograniczyć maksymalną awaryjność $q(t_i)$ elementów sprawczych do wyznaczonej wg (7):

$$q(t_i) = q(t) / n \quad (7)$$

Awaryjność wynikową $q(t)$ elementów sprawczych można globalnie sprawdzać z (8):

$$\sum q(t_i) < q(t) \quad (8)$$

Niezawodność elementów sprawczych statycznie wyznaczalnych konstrukcji złożonych powinna spełniać twierdzenie 1: Aby statycznie wyznaczalna konstrukcja złożona z n elementów sprawczych, uzyskała niezawodność $p(t)$ większą lub równą zalecanej klasie niezawodności ustroju $p(t) = 1 - q(t)$, to potrzeba (i wystarcza), żeby suma awaryjności q_i elementów sprawczych była mniejsza od awaryjności q ustroju złożonego $\sum q_i < q = 1 - p$ w zalecanej klasie niezawodności. Zalecaną niezawodność $p(t)$ elementów sprawczych możemy oszacowywać lub sprawdzać wg (9):

$$p(t_i) = 1 - q(t_i) > 1 - q(t) / n \quad (9)$$

Na podstawie niezawodności $p(t_i)$ (9) odczytujemy z tablic rozkładu normalnego [17] zwiększony wskaźnik niezawodności t_i elementów sprawczych. Celem oszacowania t_i jest dotrzymanie zalecanej niezawodności $p(t)$ konstrukcji statycznie wyznaczalnej, zakwalifikowanej do jednej z klas niezawodności **RC1, RC2, RC3** [7, 14].

Powiększenie nośności elementów sprawczych zwymiarowanych wg norm [16] ma odpowiadać zwiększonemu kwantylowi N_{izk} z (10):

$$N_{izk} = E(N_{iz}) [1 - t_i v_i] \quad (10)$$

gdzie: $E(N_{iz})$ - oczekiwana nośność i -tego elementu wzmocnionego, t_i - wskaźnik niezawodności elementów wzmocnionych, $v_i = D(N_{iz}) : E(N_{iz}) = D(N_i) : E(N_i)$ - współczynnik zmienności nośności elementów, $D(N_{iz})$ - odchylenie standardowe i -tego elementu wzmocnionego.

Współczynniki s zwiększenia nośności elementów sprawczych wyznaczmy z równania (11) kwantyli elementów sprawczych o niezawodności postulowanej (10) o wskaźniku t_1 w konstrukcji złożonej i wskaźniku $t_2 = 3,8$ normowym:

$$E(N_{iz}) [1 - t_1 v_i] = E(N_i) [1 - t_2 v_i] \quad (11)$$

Z (11) otrzymamy współczynniki $s = E(N_{iz}) : E(N_i)$ zalecające zwiększenie nośności elementów sprawczych konstrukcji statycznie wyznaczalnych z (12):

$$s = E(N_{iz}) : E(N_i) = [1 - t_2 v_i] : [1 - t_1 v_i] \quad (12)$$

Zwiększone s razy nośności elementów sprawczych z założenia nie zmieniają współczynników v_i zmienności nośności elementów sprawczych, wykonywanych w tej samej technologii. W przykładach numerycznych wzięto pod uwagę najczęściej występujące współczynniki zmienności v_i nośności elementów oraz wskaźniki $t = t_i$ niezawodności elementów sprawczych zależnie od liczby n wszystkich elementów sprawczych, występujących w analizowanej konstrukcji złożonej. Współczynniki s nośności elementów oszacowane z (12) należy stosować do **zwiększenia obliczeniowej nośności elementów sprawczych konstrukcji statycznie wyznaczalnych** już wcześniej oszacowanych według przedmiotowych norm, spełniających wskaźnik niezawodności elementów $t = 3,8$.

W Tab. 1 zamieszczono współczynniki s zwiększenia nośności elementów kratownic statycznie wyznaczalnych złożonych z $n = 10; 50; 100; 200; 500; 800$ i **1000** elementów o współczynnikach zmienności nośności $v = 0,06; 0,08; 0,1; 0,12$.

W Tab. 1 zamieszczono w kolumnie: **1** - liczbę elementów sprawczych w konstrukcji, **2** - awaryjność elementów sprawczych, **3** - zalecaną niezawodność elementów, **4** - zalecany wskaźnik niezawodności elementów. W kolumnach **5, 6, 7, 8** zestawiono współczynniki s oszacowane wg (12) w funkcji liczby elementów n , zalecające zwiększenie nośności elementów sprawczych w stosunku do oszacowanych wg aktualnych norm.

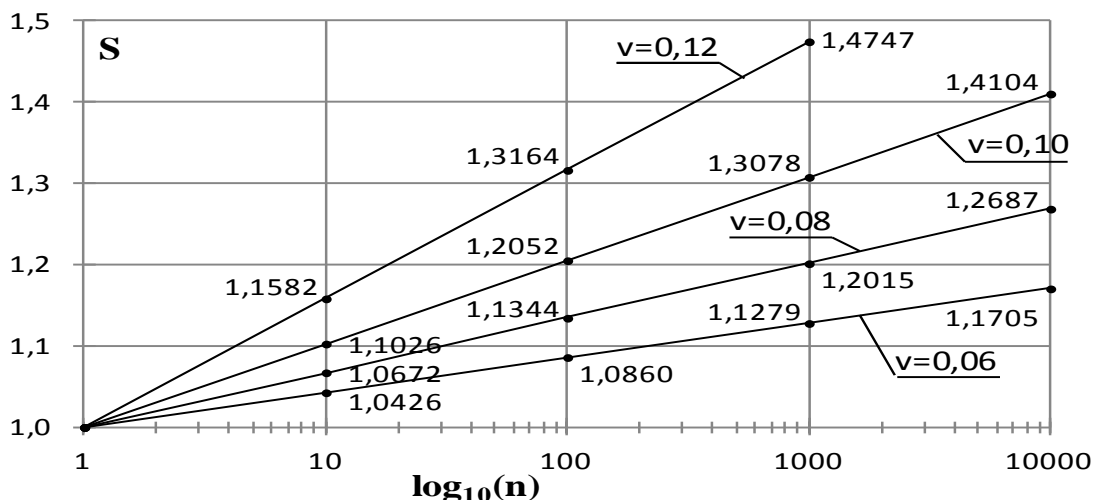
Na podstawie Tab. 1 zbudowano wykresy pokazane na Rys. 3 do szacowania współczynników s , stosując logarytmiczną skalę odciętych $\lg_{10}(n)$, (n - liczba elementów). Praktyczną przyczyną zastosowania logarytmicznej skali odciętych jest możliwość dokładnej interpolacji i ekstrapolacji współczynników s , gdyż wykresy współczynników s przy zastosowaniu skali logarytmicznej

$lg_{10}(n)$ są prostoliniowe. Stosując skalę logarytmiczną odciętych uzupełniono wykresy na Rys. 3 dla $n = 10.000$ na podstawie ekstrapolacji, korzystając z tego, że linie proste wykresów przechodzą przez początek układu o współrzędnych (1;1).

Za pomocą współczynników s należy zwiększać nośność elementów sprawczych, zwymiarowanych według norm przedmiotowych lub zmienić konstrukcję wprowadzając równoległe sprzężenie elementów sprawczych według p. 4.

Tabela 1. Współczynniki s zwiększenia nośności elementów statycznie wyznaczalnych konstrukcji klasy RC2 ($t_2=3,8$)

lp.	n	q	p = 1 - q	$t_i =$	v=0,06	v=0,08	v=0,1	v=0,12
1	2	3	4	5	6	7	8	
1	1	0,000.072.348.	0,999.927.652.	3,8	1	1	1	1
2	10	0,000.007.234.8.	0,999.992.765.2.	4,3367	1,0426	1,0672	1,1026	1,1582
3	100	0,000.000.723.48	0,999.999.276.5	4,8185	1,0860	1,1344	1,2052	1,3164
4	200	0,000.000.361.8	0,999.999.638.2	4,9550	1,0981	1,1546	1,2361	1,3641
5	500	0,000.000.144.7	0,999.999.855.3	5,1303	1,1151	1,1813	1,2769	1,4270
6	1000	0,000.000.072.35	0,999.999.927.65	5.2592	1,1279	1,2015	1,3078	1,4747



Rys. 3. Współczynniki s dostrojenia (zwiększenia) nośności elementów sprawczych konstrukcji klasy RC 2 ($t_2=3,8$)

4. Probabilistyczna optymalizacja nośności i niezawodności statycznie niewyznaczalnych konstrukcji złożonych

Ekonomiczną metodą celowego zwiększania nośności i niezawodności konstrukcji budowlanych jest stosowanie instrumentów probabilistycznej optymalizacji nośności i niezawodności. Instrumentami są zazwyczaj stężenia, sprzęgające większą liczbę zasadniczych (sprawczych) elementów konstrukcji w kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia (KDMZ) oraz uwzględnienie zwiększonej nośności i niezawodności, wynikającej z większej liczby elementów sprzężonych w minimalnych krytycznych zbiorach elementów (MKZE), występujących w konstrukcjach statycznie niewyznaczalnych. Takie instrumenty możemy korzystnie stosować zarówno w projektowaniu, jak i we wzmacnianiu konstrukcji istniejących, w zasadzie bez potrzeby zwiększania przekrojów sprawczych elementów konstrukcji.

W koncepcji szacowania i przywracania zalecanej nośności i niezawodności złożonych statycznie niewyznaczalnych konstrukcji prętowych wykorzystano informacje: 1) Rozkłady statystyczne nośności elementów sprawczych konstrukcji opisuje się rozkładem normalnym, 2) Elementy sprawcze konstrukcji złożonych obliczane i zwymiarowane na podstawie historycznie sprawdzonych norm i spełniają zaleceńi dotyczące ich niezawodności [14], 3) W złożonych ustrojach statycznie niewyznaczalnych można wyznaczać kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia (KDMZ) konstrukcji i zasięg wirtualnej katastrofy, 4) Zwymiarowane na podstawie norm elementy konstrukcji mówią o przeznaczeniu obiektu i jego nośności oraz niezawodności jako wartości własnej konstrukcji, mierzonej kwantylami nośności N_k i wskaźnikami niezawodności $t = \beta$, wyznaczającymi prawdopodobieństwo dotrzymania $p = \Pr\{N(w) > N_k\}$ losowej nośności $N(w)$ konstrukcji. Na tak opisaną konstrukcję mogą działać różne programy losowych obciążeń $P_i(w)$. Wtedy bezpieczeństwo konstrukcji szacuje się ze wzoru $\Pr\{N(w) > P_i(w)\}$.

Elementy konstrukcji zwymiarowane na podstawie obliczeń statycznych i norm uzyskują wartość własną postaci kwantyla nośności (odpowiednik nośności obliczeniowej) o wskaźniku niezawodności zalecanym normą [14] (patrz załącznik B, p. B3.11: obecnie wymagania niezawodności odniesione są do elementów konstrukcji obiektu). Stanowi to bazę do oszacowania wpływu topologii konstrukcji złożonych na ich niezawodność. Powyższe informacje wykorzystano w opracowaniu instrumentów probabilistycznej optymalizacji w celu dostosowania nośności i niezawodności konstrukcji złożonych do wskaźników niezawodności zalecanych w klasach nośności RC1 ($t = 3.3$), RC2 ($t = 3.8$), RC3 ($t = 4.3$) [14].

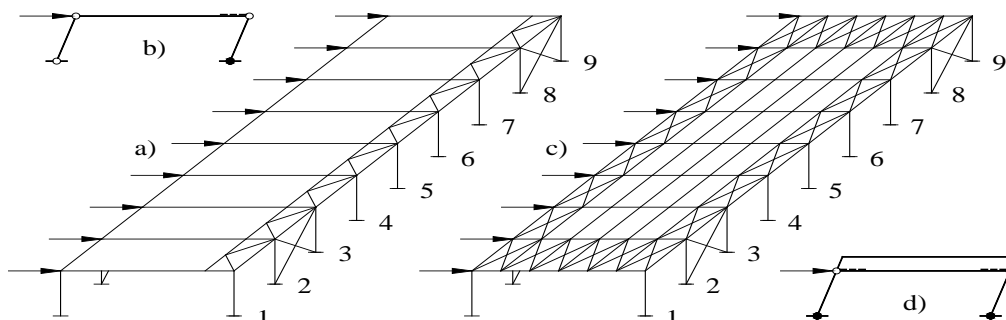
W konstrukcjach złożonych ze sprężysto plastycznych elementów sprawczych najczęściej występuje wiele kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia (**KDMZ**), zawierających **minimalne krytyczne zbiory elementów (MKZE)**, których zniszczenie wywołuje katastrofę ustroju lub jego części. Mogą występować: a) zbiory niezależne, b) zbiory zależne o elementach wspólnych, c) zbiory zawierające elementy szeregowo złożone.

W ustrojach statycznie wyznaczalnych występują wyłącznie jednoelementowe **KDMZ**. Należy wziąć pod uwagę to, że we wszystkich konstrukcjach złożonych, pręty i ich połączenia z węzłami występujące w **KDMZ** stanowią zintegrowane elementy sprawcze, składające się najczęściej z prętów i ich dwóch połączeń o powiększonej nośności wg p. 5.

4.1. Nośność i niezawodność KDMZ zbudowanych z elementów o znanej nośności i niezawodności

Weźmy pod uwagę minimalne krytyczne zbiory elementów (**MKZE**) sprężonych w **KDMZ**, które możemy wykorzystać w celu zwiększenia nośności i niezawodności ustroju powyżej nośności i niezawodności elementów wymiarowanych wg przedmiotowych norm.

Na Rys. 4 pokazano przykład przechyłowych **KDMZ** słupów o głowicach sprężonych podłużnymi stężeniami połączeniowymi. Słupy są sprężone w jednym **MKZE**. Wirtualna katastrofa jest możliwa w przypadku zniszczenia wszystkich słupów sprężonych stężeniami połączeniowymi po jednej stronie hali (np.: Rys. 4a).



Rys. 4. Przykład przechyłowego **KDMZ** słupów hali

Kwantyl nośności i niezawodność **KDMZ** konstrukcji, zawierającej **n** elementów sprawczych, sprężonych w jednym **MKZE** możemy oszacować na podstawie znanych parametrów [6], zintegrowanych z połączeniami elementów konstrukcji wg poniższego uogólnionego algorytmu. Oczekiwana nośność **E(N)** zbioru **MKZE** wynosi:

$$E(N) = \sum a_i E(N_i) \tag{13}$$

gdzie: **a_i** - bezwymiarowa waga i-tego elementu w **KDMZ**, **E(N_i)** – nośność oczekiwana (średnia) i-tego elementu

Wariancja **D²(N)** nośności **MKZE** sprężonych w **KDMZ** elementów wynosi:

$$D^2(N) = \sum a_i^2 D^2(N_i) \tag{14}$$

Odchylenie standardowe **D(N)** nośności **MKZE** wynosi:

$$D(N) = [\sum a_i^2 D^2(N_i)]^{0.5} \tag{15}$$

Współczynnik **v** zmienności nośności **MKZE** wynosi:

$$v = D(N) / E(N) = [\sum a_i^2 D^2(N_i)]^{0.5} : \sum a_i E(N_i) \tag{16}$$

Kwantyl **N_k** nośności **n** elementów sprężonych w **MKZE** wynosi [6], [11]:

$$N_k = E(N) [1 - t v] \tag{17}$$

gdzie: wskaźnik **t** niezawodności wg rozkładu normalnego [17].

W przypadku sprężenia **n** stochastycznie jednakowych elementów w **KDMZ** wzory (13) do (17) przyjmują postać (13a) do (17a):

$$E(N) = n E(N_1) - \text{oczekiwana nośność } n \text{ sprężonych elementów w MKZE o nośności oczekiwanej } E(N_1) \tag{13a}$$

$$D^2(N) = n D^2(N_1) - \text{wariancja nośności } n \text{ sprężonych elementów} \tag{14a}$$

$$D(N) = [n D^2(N_1)]^{0.5} - \text{odchylenie standardowe } n \text{ sprężonych elementów} \tag{15a}$$

$$v = v_1 : n^{0.5} - \text{współczynnik } v \text{ zmienności nośności } n \text{ sprężonych elementów} \tag{16a}$$

$$N_k = n E(N_1) [1 - t v_1 : n^{0.5}] - \text{kwantyl nośności MKZE sprężonych } n \text{ jednakowych elementów} \tag{17a}$$

Zwiększenie **s** nośności **MKZE** sprężonych z **n** jednakowych elementów w stosunku do nośności **n** odrębnych elementów oszacujemy z (18a):

$$n E(N_1) [1 - t v_1 : n^{0.5}] = s n E(N_1) [1 - t v_1] \tag{18a}$$

Z (18a) mamy wzór (19a) na współczynnik **s** zwiększający nośności równolegle sprężonych elementów:

$$s = [1 - t v_1 : n^{0.5}] : [1 - t v_1] \tag{19a}$$

Przykład 1. Dany jest zbiór $n = 9$ jednakowych słupów klasy **RC2** [14] o: wskaźniku niezawodności **RC2** $t = 3,8$, niezawodności $p_1 = 0,999\ 927\ 652$ [17], awaryjności: $q_1 = 1 - p = 0,000\ 072\ 348$, współczynnika zmienności nośności $v_1 = 0,09$. Waga elementów w **MKZE**: $a_i = 1$. Zbiór słupów jest sprzężony połączeniowym stężeniem w jeden przechyłowy **KDMZ** pokazany na Rys. 4b. Obliczyć kwantyl nośności minimalnego krytycznego zbioru 9 słupów, sprzężonych w jednym **KDMZ**.

Kwantyl nośności pojedynczego słupa (17) wynosi:

$$N_{1k} = E(N_1)[1 - tv_1] = E(N_1)[1 - 3,8 \times 0,09] = 0,658 E(N_1)$$

Współczynnik zmienności v nośności **MKZE** $n = 9$ słupów wynosi (16a):

$$v = D(N) : E(N) = v_1 : n^{0,5} = 0,09 : 3 = 0,03$$

Kwantyl N_k nośności **MKZE** $n = 9$ elementów, sprzężonych w jednym **KDMZ** oszacowany z (17a) wynosi:

$$N_k = n E(N_1) [1 - tv_1 : n^{0,5}] = 9 E(N_1) (1 - 3,8 \times 0,03) = 9 \times 0,886 E(N_1)$$

Wniosek: Zwiększenie nośności $n = 9$ sprzężonych słupów w **KDMZ** oszacowane z (19a) wynosi:

$$s = 9 \times 0,886 E(N_1) : 9 \times 0,658 E(N_1) = 1,3465.$$

Przykład 2. Awaryjność 9 szeregowo połączonych słupów wynosi:

$$q = nq_1 = 9q_1 = = 9 \times 0,000\ 072\ 348 = 0,000.651.132$$

Niezawodność słupów zmniejsza się i wynosi:

$$p = 1 - q = 1 - 0,000.651.132 = 0,999.348.868$$

Wskaźnik niezawodności maleje i wynosi:

$$t = 3,2155 < 3,8$$

Wnioski z przykładów 1 i 2: nośność i niezawodność 9 słupów sprzężonych w **KDMZ** znacząco zwiększa się, powyżej zaleceń normowych [14]. Natomiast w przypadku pozostawienia klawiszujących słupów bez połączeniowego stężenia głowic, ich niezawodność maleje, a awaryjność rośnie 9 razy.

Przykład 3. Dany jest zbiór $n = 4$ słupów klasy **RC2** o parametrach jak w przykładzie 1.

Współczynnik zmienności nośności minimalnego krytycznego zbioru $n = 4$ jednakowych słupów wynosi:

$$v = D(N) / E(N) = v_1 / n^{0,5} = 0,09 / 2 = 0,045$$

Kwantyl N_k nośności zbioru $n = 4$ słupów sprzężonych w jednym **KDMZ**, oszacowany z wzoru (17a) [6] wynosi:

$$N_k = nE(N_1)[1 - tv_1 : n^{0,5}] = 4 E(N_1) (1 - 3,8 \times 0,045) = 4 \times 0,829 E(N_1)$$

Zwiększenie nośności **MKZE** 4 sprzężonych słupów wynosi:

$$s = 0,829 : 0,658 = 1,26$$

Wniosek z przykładu 3: już po sprzężeniu 4 „jednakowych” słupów silnie ujawnia się wzrostowa tendencja nośności.

W przypadku pozostawienia „klawiszujących” 4 słupów rośnie ich awaryjność do:

$$q = 4q_1 = 4 \times 0,000\ 072\ 348 = 0,000.289\ 392$$

Niezawodność słupów zmniejsza się i wynosi:

$$p = 1 - q = 1 - 0,000.289.868 = 0,999\ 710\ 600$$

Wskaźnik niezawodności [17] maleje do:

$$t = 3,4414 < 3,8$$

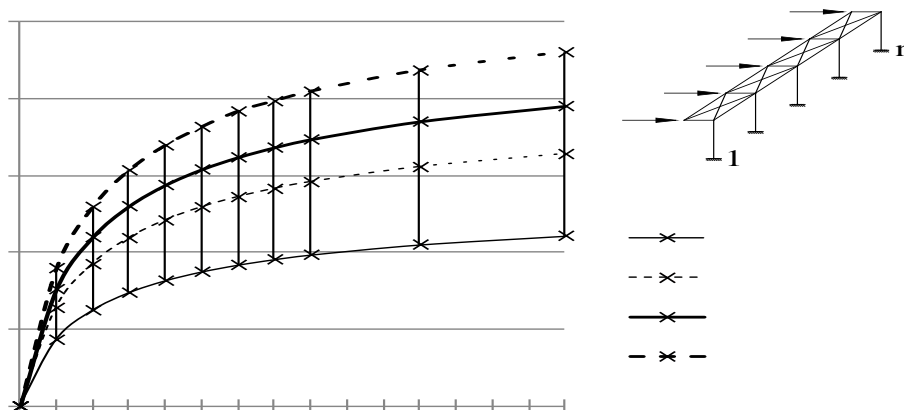
W Tab. 2 podano obliczone ze wzoru (19a) przykładowe zwiększenie s nośności równolegle sprzężonych słupów w **MKZE** o liczebności do 16 elementów i zmienności od $v_1 = 0,06$ do $0,1$.

Tabela 2. Zwiększenie nośności **KDMZ** o liczebności prętów do $n=16$ dla v_1 od 0,06 do 0,1

Lp.	v_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{12}	S_{16}
1	0,06	1,087	1,125	1,148	1,163	1,175	1,184	1,191	1,197	1,210	1,222
2	0,07	1,106	1,153	1,181	1,200	1,214	1,225	1,234	1,242	1,258	1,272
3	0,08	1,128	1,185	1,218	1,241	1,259	1,272	1,282	1,291	1,311	1,328
4	0,09	1,152	1,220	1,260	1,287	1,308	1,323	1,336	1,347	1,370	1,390
5	0,10	1,180	1,259	1,307	1,339	1,363	1,383	1,396	1,409	1,436	1,460

Na Rys. 5 pokazano wykresy zwiększenia nośności **MKZE** ustroju klasy **RC2**, w funkcji liczby n równolegle sprzężonych elementów dla współczynników zmienności nośności elementów $v_1 = 0,06 - 0,1$.

W Tab. 3 zamieszczono zwiększenie nośności **KDMZ** konstrukcji sprzęgających n elementów klasy **RC3** o wskaźniku niezawodności $t = \beta = 4,3$ występujących w konstrukcjach prestiżowych i halach o dużych konsekwencjach zniszczenia.



Rys. 5. Zwiększenie nośności **KDMZ** ustrojów klasy **RC2** zbudowanych z **n** stochastycznie jednakowych elementów o wskaźniku niezawodności $t = \beta = 3,8$

Tabela 3. Zwiększenie nośności **KDMZ** sprzężonych słupów hali klasy **RC3**, $t = \beta = 4,3$

n =	2	3	4	5	6	7	8	9	12	16
$v=0,06$	1,1018	1,1470	1,1739	1,1922	1,2058	1,2163	1,2248	1,2318	1,2473	1,2608
$v=0,08$	1,1536	1,2216	1,2622	1,2899	1,3103	1,3262	1,3390	1,3496	1,3730	1,3933
$v=0,09$	1,1849	1,2668	1,3157	1,3490	1,3736	1,3927	1,4081	1,4209	1,4491	1,4735
$v=0,10$	1,2210	1,3188	1,3772	1,4170	1,4464	1,4693	1,4877	1,5029	1,5366	1,5846

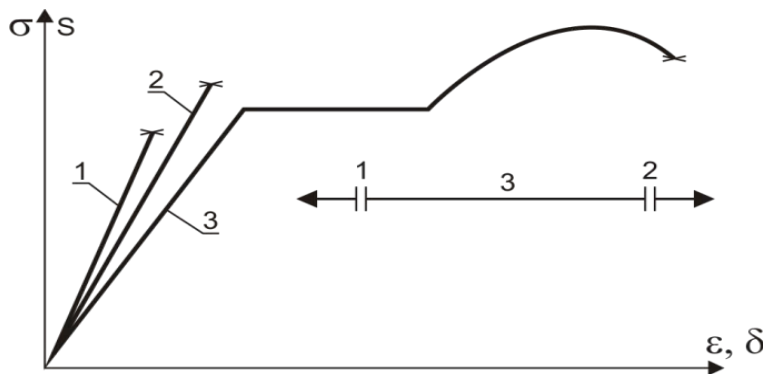
W **KDMZ** konstrukcji złożonych najczęściej występują pręty szeregowo zintegrowane z połączeniami. W p. 5 pokazano procedurę zapobiegania zniszczeniu połączeń przed utratą nośności prętów w celu nie dopuszczania do wyłączania się elementów sprawczych z **KDMZ** w procesie eksploatacji.

5. Nośność i niezawodność prętów połączonych szeregowo z węzłami

W ostatnich latach wystąpiło wiele awarii wskutek zniszczenia połączeń elementów w złożonych, prestiżowych konstrukcjach stalowych. Na plan pierwszy wysuwało się pękanie wysokowytrzymałych śrub w doczołowych połączeniach podatnych. Natomiast w konstrukcjach kratownicowych dominowało pękanie spoin blach węzłowych w połączeniach spawanych i spawano - śrubowych. W przypadku występowania znaczących naprężeń spawalniczych i montażowych dochodzi do pęknięcia połączeń w konstrukcjach kratownic nawet w czasie montażu, w przypadku nie zastosowania koniecznego zwiększenia nośności połączeń prętów z węzłami powyżej nośności prętów.

Na Rys. 6 pokazano przykład pręta szeregowo połączonego z węzłami i ścieżki równowagi statycznej połączeń 1 i 2 oraz pręta 3.

Tak złożone elementy sprawcze występują najczęściej w **KDMZ** konstrukcji prętowych.



Rys. 6. Ścieżki równowagi statycznej połączeń 1 i 2 oraz pręta 3

Generalnym postulatem sprzęgania elementów w **KDMZ** jest realizacja zasady: **MKZ** elementów to taki zbiór elementów sprzężony w **KDMZ**, w którym gdy choć jeden element jest sprawny, to cały zbiór jest sprawny.

W przypadku występowania połączeń, zwłaszcza kwasi sprężysto kruchych, o mniejszej nośności od nośności prętów, pręt może zostać wyłączony z **MKZE** w czasie eksploatacji konstrukcji i zmniejszyć nośność **KDMZ**. Byłoby to równoznaczne z osłabieniem całego systemu lub katastrofą w przypadku ustrojów statycznie wyznaczalnych.

Oznaczone na Rys. 6 połączenia 1 i 2 oraz pręty 3 mają jakościowo różne ścieżki równowagi statycznej (SRS). Pręty zachowują zdolność do odkształceń na całej ścieżce równowagi statycznej aż do wyczerpania ich nośności. Natomiast ich połączenia mają znacząco mniejszą zdolność do odkształceń. W celu zapobiegania wyłączeniu pręta z KDMZ przed wyczerpaniem sprężysto-plastycznej nośności prętów należy spełnić **postulat 2: niezawodność połączeń $p_1 p_2 = > p_3$, powinna być większa od niezawodności pręta.**

Założmy, że nośność i niezawodność pręta 3 oraz połączeń 1 i 2 została zwymiarowana zgodnie z aktualną wiedzą i normami oraz spełnia zalecenia dotyczące wskaźników niezawodności $t = \beta$ dla jednej z trzech klas niezawodności [14] konstrukcji.

Niezawodność p szeregowo zintegrowanego z połączeniami 1 i 2 pręta 3 (Rys. 6) występującego w KDMZ wynosi:

$$p = p_1 p_2 p_3 \tag{20}$$

gdzie: p_1 oraz p_2 - niezawodność połączeń, p_3 - niezawodność pręta.

Natomiast awaryjność zintegrowanego z połączeniami pręta wynosi:

$$q = 1 - p = q_1 + q_2 + q_3 \tag{21}$$

Z postulatu 2 wynika, że powinna zachodzić nierówność:

$$q_1 + q_2 < q_3 \tag{22}$$

Założmy jednakowe awaryjności połączeń $q_1 = q_2$. Wtedy awaryjność q pręta zintegrowanego z połączeniami wyniesie co najwyżej:

$$1 - p = q = 4q_1 \tag{23}$$

Spełnienie postulatu 2 wyrażającego się wzorem $p_1 p_2 = > p_3$, ma na celu zapobieganie wyłączeniu się prętów z KDMZ przed łącznym wyczerpaniem sprężysto-plastycznej nośności KDMZ. Awaryjność $q_1 = q / 4$ połączeń możemy oszacować z wzoru (24) na podstawie niezawodności p ($t = \beta$) zintegrowanego pręta wg przykładów zamieszczonych w p. 4.1:

$$p_1 = 1 - q / 4 \tag{24}$$

Dostrojenie nośności i niezawodności połączeń prętów z węzłami do wskaźnika niezawodności zalecanego w normie [14] powinno być stosowane we wszystkich systemach konstrukcji prętowych, statycznie wyznaczalnych, jak i statycznie niewyznaczalnych, w których występują pręty szeregowo zintegrowane z połączeniami. Odstąpienie od postulatu 2 powinno być uzasadnione.

5.1. Oszacowanie nośności i niezawodności połączeń prętów z węzłami konstrukcji klasy RC2

Do oszacowania nośności i niezawodności połączeń prętów z węzłami w celu zapobiegania wyłączenia się prętów z KDMZ wykorzystano związki (20) do (24). Algorytm dostrojenia pokazano na przykładzie konstrukcji klasy RC2 o zalecanym wskaźniku niezawodności $t = \beta = 3,8$. Zalecana niezawodność elementów konstrukcji klasy RC2 wynosi: $p = > p(t = 3,8) = > 0,999\ 927\ 652$. Awaryjność pręta wynosi: $q = 1 - p = < 0,000\ 072\ 348$. Awaryjność połączeń należy ograniczyć do: $q_1 = q / 4 < 0,000\ 018\ 087$. Minimalna niezawodność połączeń wyniesie: $p_1 = 1 - q_1 => 0,999\ 981\ 913$. Wskaźnik niezawodności połączeń powinien być powiększony do $t = \beta = 4,13066$ [17]. Kwantylna nośności połączeń prętów z węzłami konstrukcji klasy RC2 można oszacować ze wzoru (25):

$$N_{1k} = E(N_{1p})(1 - 4,13066 v_1) \tag{25}$$

W konsekwencji prowadzi to do potrzeby powiększenia nośności połączeń w stosunku do nośności pręta. Dostrojenie kwantylna N_{3k} nośności pręta wymaga pomijalnie małej korekty. Natomiast znaczącego zwiększenia nośności N_{1k} wymagają połączenia. Obliczeniową nośność N_{p1} połączeń należy zwiększyć w stosunku do obliczeniowej nośności pręta N_{3k} oszacowaną wg norm co najmniej współczynnikiem korekcyjnym $k = E(N_{1p}) : E(N_3)$ obliczonym z równania (26):

$$E(N_{1p}) (1 - 4,13066 v_1) = E(N_3) (1 - 3,8v_3) \tag{26}$$

Z (26) mamy (27) na współczynnik $k = E(N_{1p}) : E(N_3)$, którym należy zwiększać nośności $N_{1p} = N_{2p}$ połączeń elementów konstrukcji klasy RC2 w stosunku do nośności N_3 prętów:

$$k = E(N_{1p}) : E(N_3) = (1 - 3,8v_3) : (1 - 4,13066 v_1) \tag{27}$$

Przykład 4. Dany jest pręt o współczynniku zmienności nośności $v_3 = 0,08$ z połączeniami o współczynniku zmienności $v_1 = 0,1$. Obliczyć współczynnik k zwiększenia nośności połączenia. Z (27) mamy: $k = (1 - 3,8 \times 0,08) : (1 - 4,13066 \times 0,1) = 1,186$.

W Tab. 4 pokazano macierz minimalnych współczynników k zależną od współczynników zmienności nośności v_1 oraz v_3 w założeniu, że zmienność nośności połączeń jest większa od zmienności nośności pręta $v_1 > v_3$ obliczonej ze wzoru (27). Tłustym drukiem wyróżniono najmniejsze proponowane współczynniki korekcyjne k .

Tabela 4. Współczynniki k zwiększenia nośności połączeń prętów klasy RC2, $t = 3,8$

$v_1 =$	0,06	0,07	0,08	0,09	0,100
$v_3 = 0,06$	1,026	1,086	1,153	1,229	1,315
$v_3 = 0,07$		1,033	1,096	1,168	1,251
$v_3 = 0,08$			1,040	1,108	1,186
$v_3 = 0,09$				1,047	1,121
$v_3 = 0,10$					1,056

Wnioski. Nośność i niezawodność połączeń prętów z węzłami oszacowana na podstawie powyższej procedury pozwala traktować pręty sprawcze z wystarczającą dokładnością wg wskaźnika niezawodności $t = \beta = 3,8$ klasy RC2. Zwiększanie nośności

połączeń o około 10% w stosunku do nośności prętów (lub wg Tab. 4) należy stosować zarówno do konstrukcji statycznie wyznaczalnych, jak i statycznie niewyznaczalnych.

5.2. Oszacowanie zwiększenia nośności połączeń prętów z węzłami konstrukcji klasy RC2

Oszacowanie zwiększenia nośności i niezawodności połączeń o dużych konsekwencjach zniszczenia w stosunku do nośności i niezawodności łączonych prętów konstrukcji klasy **RC=3**, ma na celu zmniejszenie prawdopodobieństwa występowania awarii i katastrof, wywoływanych wyłączeniem prętów z KDMZ wskutek zniszczenia połączeń prętów przed wyczerpaniem nośności prętów. Zalecana nierówność niezawodności zintegrowanych z połączeniami prętów klasy **RC3** o wskaźniku **t = 4,3** wynosi (28):

$$p = p_1 p_2 p_3 = > 0,999\ 991\ 460\ 095 \tag{28}$$

Maksymalna awaryjność **q** zintegrowanego pręta klasy **RC3** wynosi:

$$q = 1 - p = 4q_1 = 0.000\ 008\ 539\ 905 \tag{29}$$

Maksymalna awaryjność **q₁** połączeń powinna wynosić:

$$q_1 = q / 4 = 0.000\ 002\ 134\ 976 \tag{30}$$

Minimalna niezawodność **p₁** połączeń powinna wynosić:

$$p_1 = 1 - q_1 = > 0.999\ 997\ 865\ 024 \tag{31}$$

Wskaźnik niezawodności połączeń wynosi: **t = β = 4.578 > 4,3** [15]. Zalecany kwantyl nośności **N_{1k}** (nośności obliczeniowej) połączeń prętów z węzłami możemy oszacować wg (32):

$$N_{1k} = E(N_{1p})(1 - 4.578 v_1) \tag{32}$$

Aby spełnić postulat o większej nośności połączeń aniżeli prętów należy powiększyć nośność **E(N₁)** połączenia ponad oczekiwaną nośność **E(N₃)** pręta współczynnikiem korekcyjnym **k = E(N_{1p}) : E(N₃)** obliczonym z (33):

$$E(N_{1p})(1 - 4,578 v_1) = E(N_3) (1 - 4,3v_3) \tag{33}$$

Z (33) mamy (34):

$$k = E(N_{1p}) : E(N_3) = (1 - 4,3v_3) : (1 - 4,578 v_1) \tag{34}$$

Przykład 5. Dany jest pręt o współczynniku zmienności nośności **v₃ = 0,08** z połączeniami o współczynniku zmienności **v₁ = 0,1**. Obliczyć współczynnik korekcyjny **k** zwiększenia nośności połączeń: **k = (1 - 4,3x0,08) : (1 - 4,578 x 0,1) = 1,210**

W Tab. 5 zamieszczono macierz minimalnych współczynników **k** ze wzoru (34) w założeniu, że współczynnik zmienności nośności połączeń **v₁** jest większy od współczynnika **v₃** nośności pręta: **v₁ > v₃**. Tłustym drukiem pokazano minimalne współczynniki **k** do zwiększania nośności połączeń prętów z węzłami.

Tabela 5. Współczynniki **k** zwiększenia nośności połączeń konstrukcji klasy **RC3**, **t = 4.3**

v₁ =	0,06	0,07	0,08	0,09	0,100
v₃ = 0,06	1,023	1,092	1,171	1,262	1,368
v₃ = 0,07		1,029	1,103	1,189	1,289
v₃ = 0,08			1,035	1,116	1,210
v₃ = 0,09				1,043	1,131
v₃ = 0,10					1,051

6. PODSUMOWANIE, UWAGI I WNIOSKI

1. Niezawodność elementów sprawczych prętowych konstrukcji złożonych jest ich wartością własną mierzona kwantylem rozkładu nośności wg wzoru: **N_k = E(N) - t D(N)**.
2. Analiza dorobku cywilizacji technicznej zawartego w normach szczegółowych pokazuje zasadność założenia, że niezawodność elementów sprawczych wymiarowanych na podstawie norm szczegółowych spełnia zalecenia wymienione w podstawowej normie [14] dotyczącej niezawodności elementów 3 klas konstrukcji: **RC1-t=β=3,3; RC2- β=3,8; RC1-β=4,3**, odnoszące się do 50 letniej trwałości elementów sprawczych konstrukcji.
3. Niezawodność prętowych konstrukcji złożonych z wielu elementów sprawczych jest również ich wartością własną. Jednakże w praktyce nie mamy możliwości fizycznego zbadania rozkładu nośności całej złożonej konstrukcji.
4. Niezawodność prętowych konstrukcji złożonych, jako funkcji topologii i niezawodności elementów sprawczych występujących w konstrukcjach złożonych, możemy szacować na podstawie analizy kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia (**KDMZ**) konstrukcji.
5. W konstrukcjach statycznie wyznaczalnych budowanych z **n** elementów sprawczych o jednakowej niezawodności, awaryjność **q = 1 - p** konstrukcji zwiększa się **n** razy **q = nq₁**. Niezawodność konstrukcji zmniejsza się do **p = 1 - nq₁**. W takich ustrojach występuje jednoznaczny **trend zmniejszający nośność i niezawodność konstrukcji** w funkcji liczby **n**.
6. W konstrukcjach statycznie niewyznaczalnych, występują **KDMZ** zawierające większą liczbę (**n > 1**) równolegle sprzężonych sprężysto-plastycznych elementów. Zmniejsza się liczba **KDMZ**. Zwiększa się nośność **KDMZ**. Zmniejsza się współczynnik **v = D(N) / E(N)** zmienności nośności **KDMZ**. Nośności i niezawodność **KDMZ** zwiększa się wraz ze zwiększeniem liczby elementów sprzężonych.
7. **Trend zwiększania się nośności i niezawodności** w miarę zwiększania się liczby **n** elementów, korzystnie sprzężonych

w minimalnych krytycznych zbiorach elementów (MKZE) występujących w KDMZ, jest silniejszy od trendu zmniejszania się nośności i niezawodności występującego w konstrukcjach statycznie wyznaczalnych.

8. Przyczyną wielu awarii i katastrof są połączenia i węzły. Postulat zwiększania nośności połączeń i węzłów sprawczych powyżej nośności łączonych elementów zmierza do zapobiegania wyłączaniu się prętów z KDMZ przed wykorzystaniem nośności prętów.
9. Probabilistyczna optymalizacja może być wykorzystana do zwiększenia nośności i niezawodności istniejących konstrukcji złożonych w drodze fizycznej asekuracji za pomocą sprzęgania elementów sprawczych.
10. Podstawowe znaczenie w eliminacji awarii i katastrof oraz bezinwestycyjnej optymalizacji (zwiększeniu) nośności i niezawodności konstrukcji złożonych mają instrumenty probabilistycznej optymalizacji, zmieniające szeregowo połączenia elementów na równoległe z punktu widzenia niezawodności. Korzystnie włączone elementy sprzęgające, uruchamiają znacząco silniejszy trend zwiększania nośności i niezawodności konstrukcji aniżeli trend osłabienia występujący w konstrukcjach statycznie wyznaczalnych.
11. Tam, gdzie występuje współpraca elementów synergicznie pojawia się również efekt zwiększenia nośności z tytułu optymalizacji probabilistycznej.

Wnioski generalne

1. **Postulat stosowania większej nośności i niezawodności połączeń z węzłami od nośności prętów** ma na celu nie dopuszczanie do wyłączania się prętów z MKZE w procesie eksploatacji konstrukcji. Zniszczenie połączeń jest bezpośrednią przyczyną wielu awarii złożonych konstrukcji stalowych. Awaryjność ($q = 1 - p$) połączeń powinna być około czterokrotnie mniejsza od awaryjności prętów. Postulat dotyczy **wszystkich klas prętowych konstrukcji statycznie wyznaczalnych i statycznie niewyznaczalnych**.
2. Wymiarowanie elementów sprawczych na podstawie aktualnych norm zgodnie z klasą niezawodności konstrukcji [14] oznacza akceptację tego, że w normach uwzględnia się historię losowych wpływów na nośność i niezawodność elementów sprawczych konstrukcji.
3. **Przyjęcie aksjomatu: elementy sprawcze wymiarowane na podstawie aktualnych norm przedmiotowych spełniają niezawodność zalecaną w jednej z trzech klas niezawodności ujętych w podstawowej normie [14]**, umożliwia szacowanie wpływu topologii konstrukcji na nośność i niezawodność konstrukcji złożonych z wielu elementów sprawczych. Otwiera to drogę do **optymalizacji** projektów konstrukcji oraz wzmacniania istniejących konstrukcji metodami inżynierii niezawodności.
4. Podstawowym instrumentem probabilistycznej optymalizacji nośności i niezawodności złożonych konstrukcji prętowych jest sprzęganie do współpracy elementów sprawczych MKZE występujących w KDMZ konstrukcji.
PS1/UWAGA. W pracy wskaźnik niezawodności oznaczono literą t w miejsce litery β w celu podkreślenia, że nie rozważamy wpływu zużycia konstrukcji [14] lecz wpływ topologii konstrukcji złożonej na jej nośność i niezawodność.
5. **Za pomocą zwiększania liczby n równoległe sprzęganych elementów w jednym KDMZ można zwiększać nośność i niezawodność KDMZ konstrukcji złożonych powyżej zaleceń normowych [14].**

Wnioski pomocnicze

- 1→ Definiowanie niezawodności jako wartości własnej elementów i konstrukcji **ma zasadnicze znaczenie w teorii konstrukcji. Jednym typem rozkładu możemy opisywać nośność elementów i niezawodność konstrukcji.** Algebra (w tym algebra macierzy) stosowana w programach komputerowych do wymiarowania złożonych konstrukcji budowlanych jest szczególnym przypadkiem algebry kwantyli. Nadaje się do szacowania wartości średnich a nie innych operacji na kwantylach.
Wykorzystanie w nauce i dydaktyce uczelni technicznych algebry kwantyli, pozwala uwzględnić wpływ losowego rozkładu nośności elementów na nośność i niezawodność konstrukcji oraz umożliwia wykrywanie w topologicznej przestrzeni geometrycznej rozwiązań konstrukcji o nośności zmniejszającej się w miarę zwiększania się liczby elementów oraz wprowadzanie rozwiązań o nośności zwiększającej się do wartości średniej przy zwiększającej się liczbie elementów.
Wykorzystanie algebry kwantyli w fazie projektowania do: 1) optymalizacji nośności, 2) wydłużania okresów między remontowych oraz 3) wykrywania konstrukcji zagrożonych awarią lub katastrofą w celu ich wzmacniania, może zmniejszyć liczbę awarii i katastrof w świecie o ponad 50%. Szczególnie zmniejszą się zasięgi oraz rozmiary awarii i katastrof. Oczywiście pozostaną awarie i katastrofy wynikające z katastrof przyrodniczych, pożarów i aktów terrorystycznych, oraz błędów grubych w projektowaniu, wykonawstwie lub na montażu. Zastosowanie algebry kwantyli umożliwia projektowanie konstrukcji wandaloodpornych radykalnie zmniejszających zasięg katastrof zamierzonych.
Zaproponowany sposób wykorzystania światowego dorobku zawartego w normach jako podstawy probabilistycznej optymalizacji nośności i niezawodności konstrukcji **nie zahamuje dalszych prac np. nad stochastyczną metodą elementów skończonych lub zastosowania metod sieciowych, gdyż w dalszej przyszłości dojdzie do zaangażowanie** maszyn cyfrowych o ogromnej mocy **do bezpośredniego szacowania bezpieczeństwa konstrukcji poddanych** losowym rozkładowi obciążeń i rozpoznaniem rozkładem wyteżenia materiału w elementach konstrukcji.
- 2→ Pokazany wyżej sposób probabilistycznej optymalizacji nośności i niezawodności konstrukcji może obecnie być przedmiotem prac normalizacyjnych.
- 3→ **Możliwa jest budowa laboratorium pokazującego EFEKTY FIZYCZNE PROBABILISTYCZNEJ OPTIMALIZACJI KONSTRUKCJI** byłoby to (chyba) 1-sze w świecie laboratorium tego typu.

Literatura • References

- [1] Barylka J., Katastrofy budowlane w Polsce spowodowane zjawiskami klimatycznymi. GUNB, Warszawa 30.09.2009. www.koalicjaklimatyczna.org/lang/pl/page/materialy_konferencyjne_id/8/.
- [2] Biegus A., Stalowe budynki halowe. Arkady, Warszawa 203.
- [3] Gwóźdź M., Machowski A., Wybrane badania i obliczenia konstrukcji budowlanych metodami probabilistycznymi, Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2011.
- [4] Kopociński B., Zarys teorii odnowy i niezawodności, PWN, Warszawa 1973.
- [5] Kowal Z., Probabilistyczna optymalizacja nośności słupów konstrukcji hal konwencjonalnych. Z. N. Pol. Rzeszowskiej, Nr 283, Z. 59 (2/2012/II), s. 185-192.
- [6] Kowal Z., On Adjusting the Load Bearing Capacity of Decisive Members to Reliability Classes of Statically Determinate Complex Structures. Archives of Civil Engineering, LIX, 1, 2013, s.132-142.
- [7] Kowal Z., The formation of space bar structures supported by the system reliability theory, Arch. of Civil and Mechanical Engineering, Vol. XI, No. 1, 2011. Polish Ac. of Sciences – Wrocław Branch., Wrocław Univ. of Technology, s.115-133.
- [8] Kowal Z., Hazards associated with the load-bearing capacity of bar space structures during assembly and performance. Promyslowe budownictwo ta inżynerni sporudy, Kijów, 2011, Nr 3, s.34 – 40.
- [9] Kowal Z., Wymiarowanie połączeń prętów w kratownicach z punktu widzenia niezawodności konstrukcji, Konf. NT KI-LiW PAN i KN PZITB, KIELCE - Krynica 2010, T. Problemy Naukowo-badawcze budownictwa, s.675-682.
- [10] Kowal Z., Instruments of probabilistic optimisation of load bearing capacity and reliability of statically indeterminate complex structures. Archives of Civil Engineering, LX, 1, 2014, 77 – 90.
- [11] Kowal Z., Piotrowski R., Energoaktywne segmenty dylatacyjne hal z przekryciem strukturalnym. BiA P.Lubelska, Vol. 12(2)213, s.221-228.
- [12] Murzewski J., Niezawodność konstrukcji inżynierskich, Arkady, Warszawa 1989.
- [13] Eurocod PN-EN – 1990:2002 Podstawy projektowania konstrukcji wraz z załącznikiem B.
- [14] PN-EN 1991-1-5:2005, Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje.
- [15] Eurocod PN-EN – 1993 Projektowanie konstrukcji stalowych
- [16] Tablice statystyczne rozkładu normalnego.
- [17] Dziubdziela W., Kopociński B., Kowal Z., Ultimate bearing capacity of structural systems with minimal critical sets having joint elements in pairs. Archives of Mechanics 25, 5 / 1973, s. 719 – 731.